

# 反射面天线

黄立伟 金志天 编

吳國林

22

西北电讯工程学院出版社

## 出版说明

根据国务院关于高等学校教材工作分工的规定，我部承担了全国高等学校工科电子类专业课教材的编审、出版的组织工作。从一九七七年底到一九八二年初，由于各有关院校，特别是参与编审工作的广大教师的努力和有关出版社的紧密配合，共编审出版了教材 159 种。

为了使工科电子类专业教材能更好地适应社会主义现代化建设培养人才的需要，反映国内外电子科学技术水平，达到“打好基础、精选内容、逐步更新、利于教学”的要求，在总结第一轮教材编审出版工作经验的基础上，电子工业部于一九八二年先后成立了高等学校《无线电技术与信息系统》、《电磁场与微波技术》、《电子材料与固体器件》、《电子物理与器件》、《电子机械》、《计算机与自动控制》，中等专业学校《电子类专业》、《电子机械类专业》共八个教材编审委员会，作为教材工作方面的一个经常性的业务指导机构，并制定了一九八二~一九八五年教材编审出版规划，列入规划的教材、教学参考书、实验指导书等共 217 种选题。在努力提高教材质量，适当增加教材品种的思想指导下，这一批教材的编审工作由编审委员会直接组织进行。

这一批教材的书稿，主要是从通过教学实践、师生反映较好的讲义中评选择优和从第一轮较好的教材中修编产生出来的。广大编审者，各编审委员会和有关出版社都为保证和提高教材质量作出了努力。

这一批教材，分别由电子工业出版社、国防工业出版社、上海科学技术出版社、西北电讯工程学院出版社、湖南科学技术出版社、江苏科学技术出版社、黑龙江科学技术出版社和天津科学技术出版社承担出版工作。

限于水平和经验，这一批教材的编审出版工作肯定还会有许多缺点和不足之处，希望使用教材的单位、广大教师和同学积极提出批评建议，共同为提高工科电子类专业教材的质量而努力。

电子工业部教材办公室

## 前 言

本教材系由电磁场与微波技术编审委员会天线与电波编审小组评选审定，并推荐出版。

本书由西北电讯工程学院黄立伟和中国计量学院金志天编写，航空工业部第六〇七研究所张善谋担任主审。编审者是依据天线与电波编审小组审定的编写大纲进行编写和审阅的。

本课程参考教学时数为40学时，主要内容为卡塞格伦型天线及其赋形、光壁组合模喇叭和波纹壁混合模喇叭、几种单脉冲反射面天线以及天线相位中心问题等。对概念、原理和基本分析方法的阐述较为详细和系统，提供的设计曲线和公式也较多，从而兼顾了教学和工程实际的需要。

双反射面天线、非单模馈源和单脉冲天线是在1960年前后几乎同时发展起来的三项新技术。七十年代已基本成熟，目前仍向高级、精细、多功能方向发展，例如多反射面、波束赋形、极高效率、极低边瓣、极低交叉极化、多频带工作等等。可以说，如不采用本书涉及的某些技术和方法，是不可能造出高性能的反射面天线的；另一方面，实践对现代微波天线的种种苛求，相当大部分可用这三种技术的适当组合加上其它方法来实现。这本书为此提供了必要的基础。各章内容是互有联系又相对独立的，任意选读其中一章不会太困难。

本教材第一章由金志天编写，黄立伟写后两章并统编全书。本书的蓝本是由汪茂光主持在1980年编写的《面天线》讲义的第五、六、七等章。张进民参与了本书的编写工作，有些同行也审阅了书稿并提出许多宝贵意见，在此表示诚挚的感谢。

书中的缺点和错误，敬请批评指正。

作 者

1985年3月

# 目 录

<b>第一章 双反射面天线</b> .....	1
§ 1.1 卡塞格伦天线的工作原理 .....	1
§ 1.2 卡塞格伦天线的几何参数 .....	2
§ 1.3 等效馈源原理 .....	5
§ 1.4 等效抛物面原理 .....	7
§ 1.5 卡塞格伦天线的口径场分布 .....	10
§ 1.6 口径遮挡和馈源失配 .....	11
§ 1.7 卡塞格伦天线的增益 .....	16
§ 1.8 卡塞格伦天线的噪声温度 .....	20
§ 1.9 卡塞格伦天线的参数选择原则 .....	25
§ 1.10 赋形卡塞格伦天线 .....	29
§ 1.11 其它类型的双反射面天线 .....	32
§ 1.12 用绕射理论计算副面的散射场 .....	36
参考文献 .....	43
<b>第二章 馈源喇叭</b> .....	44
§ 2.1 一般概念 .....	44
§ 2.2 电磁波的模式理论 <sup>[8]</sup> .....	46
§ 2.3 单模波导口和喇叭照射器的设计 .....	52
§ 2.4 多模喇叭的理论基础 .....	55
§ 2.5 方口组合模喇叭 .....	59
§ 2.6 圆口组合模喇叭 .....	66
§ 2.7 圆口混和模波纹喇叭 .....	74
§ 2.8 天线的相位中心和最优辐射中心 .....	89
参考文献 .....	95
<b>第三章 单脉冲天线</b> .....	97
§ 3.1 单脉冲天线的工作原理 .....	97
§ 3.2 四喇叭馈源单脉冲卡塞格伦天线性能计算 .....	100
§ 3.3 和差矛盾与最佳馈源概念 .....	114
§ 3.4 单脉冲天线的实用馈源 .....	121
§ 3.5 单脉冲天线测角精度分析 .....	141
参考文献 .....	147

# 第一章 双反射面天线

由主反射面、副反射面和馈源三者组成的双反射面天线，广泛应用于卫星通信、微波中继通信、雷达和射电天文设备中。本章着重分析讨论作为双反射面天线基础并已获得普遍应用的标准卡塞格伦天线，说明其工作原理、几何参数关系、等效原理、增益计算和参数选择原则等；对于天线噪声温度和赋形卡塞格伦天线，也作了较为详细的介绍。因为天线噪声温度的大小直接关系到低噪声天线的性能，而赋形卡塞格伦天线和高效率馈源相结合，是对双反射面天线的突破，使天线效率获得较大的提高，从六十年代中期以来深受天线工作者的重视，得到了越来越多的应用；双反射面天线的种类甚多，在§1-11中列举了若干型式，并作了扼要的定性说明，以达到开阔思路的目的。全章主要用几何光学方法分析，指出了它在计算天线效率时的局限性，并在最后一节用绕射理论详尽地推导了副反射面的散射场公式，以备在需要时，对几何光学法的分析结果加以核算和修正。

## §1.1 卡塞格伦天线的工作原理

### 一、组成

在卡塞格伦光学望远镜的结构启发下，标准卡塞格伦天线由三个部分组成。主反射面是一个旋转抛物面；副反射面是一个旋转双曲面，并用2~4根支撑杆把它固定在抛物面上；馈源一般采用各种型式的喇叭。整个天线系统的相对位置的剖面示意图画在图1-1中。图中的双曲面有两个焦点；其凹面所对的焦点 $O_1$ 与抛物面的焦点重合；凸面朝向抛物面和喇叭的口径，喇叭的相位中心被置于凸面所对的焦点 $O_2$ 。 $O_2$ 和 $O_1$ 点分别称为天线的实焦点(远焦点)和虚焦点(近焦点)。

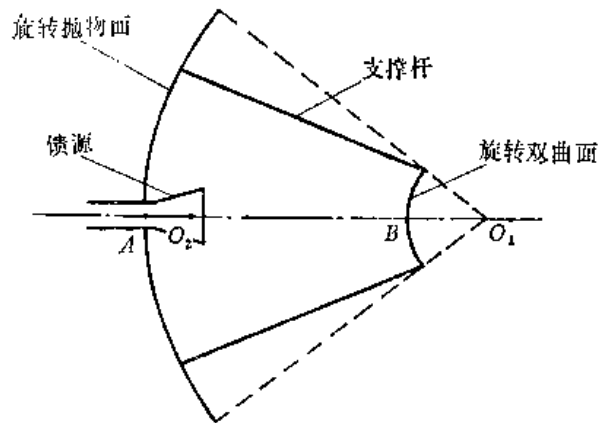


图 1-1 卡塞格伦天线的组成示意图

抛物面的焦轴（连接其顶点  $A$  和焦点  $O_1$  的直线）通过  $O_2$  点和双曲面的顶点  $B$ ，并与抛物面口径、喇叭口径相垂直。抛物面和双曲面由对应的抛物线和双曲线绕焦轴旋转  $180^\circ$  形成。主、副反射面形状的轴对称性，加上副反射面通常位于喇叭的远区，要求喇叭应辐射方向图呈轴对称的球面波，使天线具有轴对称的性能，整个卡塞格伦天线系统的对称轴就是焦轴  $AO_1$ 。据此，在分析天线性能时，只要研究含轴平面内的任一截面就可以了。

为了方便，常简称主、副反射面为主面（主镜）、副面（副镜），简称卡塞格伦天线为卡式天线。

### 二、工作原理

卡式天线的工作原理和抛物面天线的相似。抛物面天线利用了抛物面的反射特性，因此

由主馈源发射的球面波前经抛物面反射后，转变为抛物面口径上的平面波前，从而使抛物面天线具有锐波束、高增益的性能。

卡式天线在结构上多了一个双曲面副面。在图 1-2 中，由馈源发出的球面波前首先遇到双曲面的反射。根据双曲面的定义，其上任一点  $K$  到两焦点的距离之差等于常数  $m_1$ ，即

$$O_2K - KO_1 = m_1$$

由双曲面的几何光学性质可知：从实焦点  $O_2$  发出的任一射线  $O_2K$ ，经在远区的双曲面反射后，其反射线恰好是在从虚焦点  $O_1$  发出的入射线  $O_1K$  的延长线  $KN$  ( $N$  为抛物面上一点) 上；由抛物面的几何光学性质，从  $O_1$  点发出的入射线  $O_1KN$  经抛物面反射后，其反射线  $NM$  ( $M$  为抛物面口径上一点) 必将平行于天线的对称轴，且

$$O_1K + KN + NM = m_2$$

式中  $m_2$  为常数。把上述两式相加，得

$$O_2K + KN + NM = m$$

式中  $m = m_1 + m_2 = \text{常数}$ 。这说明从  $O_2$  点发出的入射线经双曲面和抛物面依次反射后，到达抛物面口径上各点的波程都相等。因而相心在  $O_2$  点的馈源所辐射的球面波前，必将在主面口径上变为平面波前，呈现同相场，使卡式天线同样具有锐波束、高增益的性能。

接收状态的过程正好相反，外来平面波前经抛物面和双曲面依次反射后，各射线都汇聚在  $O_2$  点，外来电波的能量进入馈源。

从发射和接收的过程均可理解把  $O_2$  点称为实焦点的原因；而  $O_2K$  与  $KO_1$  只相差一个常数，所以从  $O_2$  点发出的球面波可以想象成是从  $O_1$  点发出的，即在  $O_1$  点存在一个假想的虚馈源，它等效于  $O_2$  点的实馈源和副面两者的作用。 $O_1$  点也就被称为卡式天线的虚焦点。

卡式天线的馈源放在抛物面的顶点附近，有利于在馈源后面紧接高频和差器以用作单脉冲天线，也有利于在馈源后面安放冷参接收装置以用作低噪声天线。这样不仅使结构合理，而且连接馈线较短，可以减小由于传输中的幅度和相位不平衡所引起的单脉冲雷达的测角误差，降低由馈线损耗产生的噪声温度。

顺便指出：双曲面有两叶，如果改用另一叶双曲面作为副面构成卡式天线，则副面的凹面将朝向主面，这将使抛物面的焦距变长，并使馈源伸前，加长了馈线，这样无论对结构和电性能都是不利的，一般都不采用。

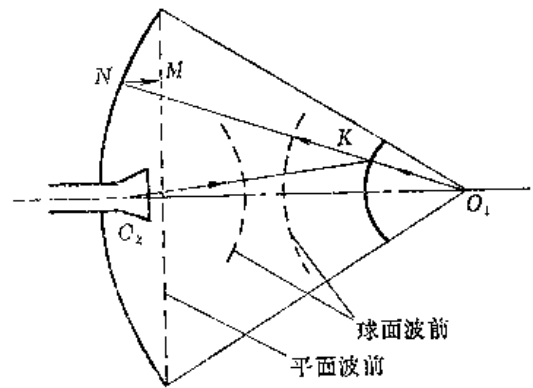


图 1-2 卡式天线的工作原理

## § 1.2 卡塞格伦天线的几何参数

### 一、七个参数和三个独立方程

卡式天线的几何参数关系比抛物面天线的复杂，图 1-3(a) 中列出了卡式天线的七个几何参数，其中：

$D_m$  是抛物面的口径直径，也是卡式天线的口径直径；

$F_m$  是抛物面的焦距，也是卡式天线的焦距；

$\theta_{1m}$  是抛物面的半张角，也是虚馈源对卡式天线的半照射角；

$D_s$  是双曲面的直径，即卡式天线的副面直径；

$F_s$  是双曲面的顶点与邻近的焦点的距离，常俗称为“焦距”；

$\theta_{2m}$  是馈源对副面的半照射角；

$2c$  是实、虚焦点之间的距离，即数学中的焦距。

抛物面的三个参数中只有两个是独立参数，另一个可由焦距直径比(简称焦距比) $F_m/D_m$ 和半张角 $\theta_{1m}$ 的关系方程求出。由于抛物线是对焦点与准线等距离的轨迹，对图 1-3(b) 中抛物面的边缘点，自然有  $\angle 1 = \angle 3 = \angle 2 = \theta_{1m}/2$ ，且  $\text{ctg}(\theta_{1m}/2) = 2F_m/(D_m/2)$ ，故

$$\frac{F_m}{D_m} = \frac{1}{4} \text{ctg} \frac{\theta_{1m}}{2} \quad (1-1)$$

双曲面也只有两个独立参数。为了求出七个几何参数中的其余两个参数，需要从图 1-3(c) 列出两个独立的关系方程。因为

$$\begin{aligned} \text{ctg} \theta_{1m} &= \frac{TO_1}{D_s/2} \\ \text{ctg} \theta_{2m} &= \frac{O_2T}{D_s/2} = \frac{2c - TO_1}{D_s/2} \end{aligned}$$

把两式相加，得

$$\text{ctg} \theta_{1m} + \text{ctg} \theta_{2m} = \frac{4c}{D_s} \quad (1-2)$$

或

$$2c = \frac{D_s}{2} \frac{\sin(\theta_{1m} + \theta_{2m})}{\sin \theta_{1m} \sin \theta_{2m}} \quad (1-3)$$

图 1-3(c) 中的虚线为另一叶双曲面，它相对于  $O_2$  点的焦距也等于  $F_s$ ； $2a$  是双叶双曲面两顶点之间的距离。由图可知

$$2c - 2a = 2F_s \quad (1-4)$$

$2a$  也是双曲面的顶点  $B$  到两焦点距离之差，它也等于边缘点  $H$  到两焦点距离之差，即

$$2a = O_2H - HO_1 = \frac{D_s}{2} \frac{1}{\sin \theta_{2m}} - \frac{D_s}{2} \frac{1}{\sin \theta_{1m}}$$

故

$$2a = \frac{D_s}{2} \frac{\sin \theta_{1m} - \sin \theta_{2m}}{\sin \theta_{1m} \sin \theta_{2m}} \quad (1-5)$$

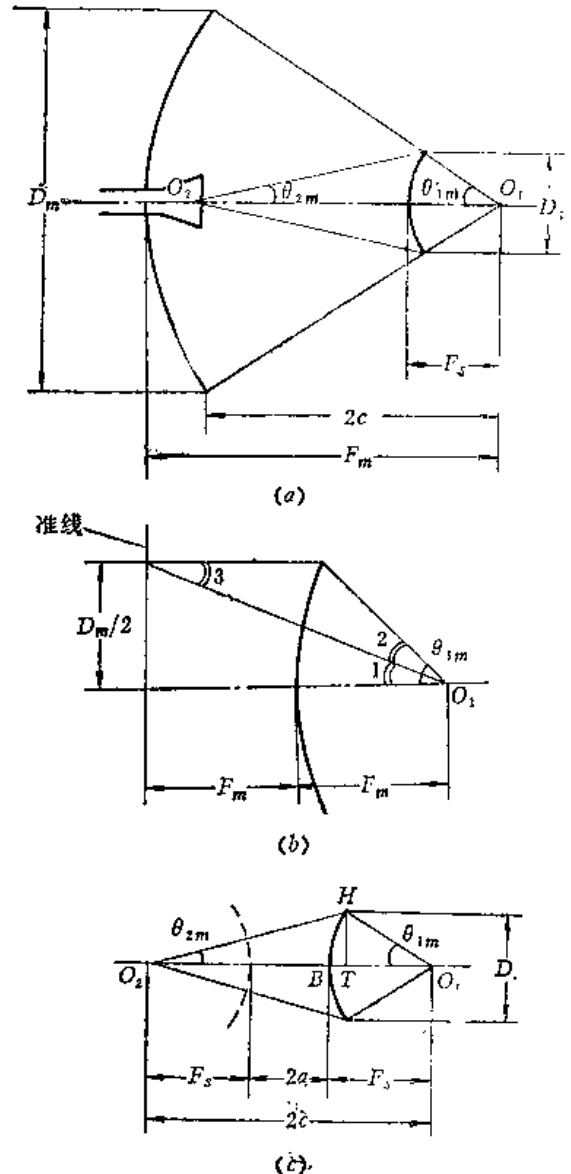


图 1-3 卡塞格伦天线的几何参数关系  
(a)卡塞格伦天线的七个几何参数；(b)抛物面的几何关系；(c)双曲面的几何关系

式(1-5)和式(1-3)同样取决于  $D_s$ 、 $\theta_{1m}$  和  $\theta_{2m}$ ，因而这两个方程是不独立的，但把这两个式子代入式(1-4)就可得另一个方程，即

$$1 - \frac{\sin\left(\frac{\theta_{1m} - \theta_{2m}}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\theta_{1m} + \theta_{2m}}{2}\right)} = \frac{F_s}{c} \quad (1-6)$$

公式(1-1)、(1-2)和(1-6)就是标准卡式天线的三个独立的几何参数关系式，这一方程组中包含了卡式天线的所有七个参数。要完整地确定卡式天线系统，就需要根据提出的电性能指标和结构要求，论证选定其中四个参数，其余三个则可由关系方程导出。至于馈源的几何参数，将在第二章中说明。

值得提出的是：卡式天线的几何参数并非一定要用上述的一组公式才能确定，事实上，可以从不同的角度导出其它多种公式供设计使用。尽管如此，上面列出的关系式仍然是基本的和十分重要的。

## 二、双曲面的离心率

双曲面的离心率  $e$  的定义是

$$e = \frac{c}{a} \quad (1-7)$$

把式(1-3)和式(1-5)代入上式，得

$$e = \frac{\sin\left(\frac{\theta_{1m} + \theta_{2m}}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\theta_{1m} - \theta_{2m}}{2}\right)} \quad (1-8)$$

从定义式和上式可见  $e > 1$ ，且当  $\theta_{2m}$  的值越接近于  $\theta_{1m}$ ，即双曲面的顶点与两焦点的距离之差越小时， $e$  的值就越大，双曲面的曲率半径就越大。

由式(1-8)可直接导出离心率的另一种关系式，且

$$\frac{e+1}{e-1} = \frac{\operatorname{tg} \frac{\theta_{1m}}{2}}{\operatorname{tg} \frac{\theta_{2m}}{2}} \quad (1-9)$$

考虑到给定的双曲面的离心率  $e$  为恒值，故用副面上任一点对应的  $\theta_1$ 、 $\theta_2$  的值代入都可以计算，因此可把上式表示为

$$\frac{e+1}{e-1} = \frac{\operatorname{tg} \frac{\theta_1}{2}}{\operatorname{tg} \frac{\theta_2}{2}} \quad (1-10)$$

图 1-4 画出了当  $e$  取不同值时， $\theta_2$  随  $\theta_1$  变化的曲线。

由  $e$  的定义式(1-7)和图 1-3 (c) 又可得

$$\frac{e+1}{e-1} = \frac{c+a}{c-a} = \frac{2a+F_s}{F_s} = \frac{2c-F_s}{F_s} \quad (1-11)$$

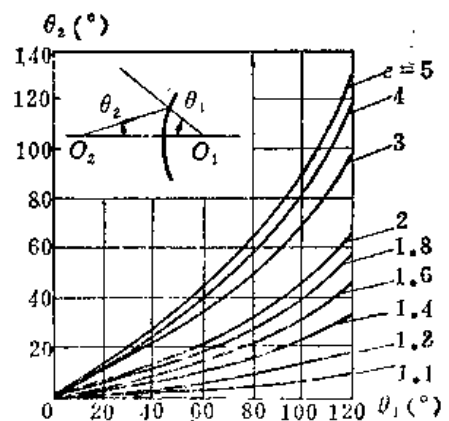


图 1-4  $\theta_2$  和  $\theta_1$  的对应关系



### 三、主、副面的轮廓线方程

取抛物面的坐标为 $XOZ$ ，令原点在其顶点；取双曲面的坐标为 $xoz$ ，令原点亦在其顶点，如图1-5所示。则主面外形的轮廓线方程为

$$Z = \frac{X^2}{4F_m} \quad (1-12)$$

式中 $F_m$ 为抛物面的焦距。副面轮廓线方程为

$$z = a \left[ \sqrt{1 + \left( \frac{x}{b} \right)^2} - 1 \right] \quad (1-13)$$

式中

$$b = a \sqrt{e^2 - 1} \quad (1-14)$$

且 $a$ 为双叶双曲面两顶点距离的一半， $e$ 为离心率。

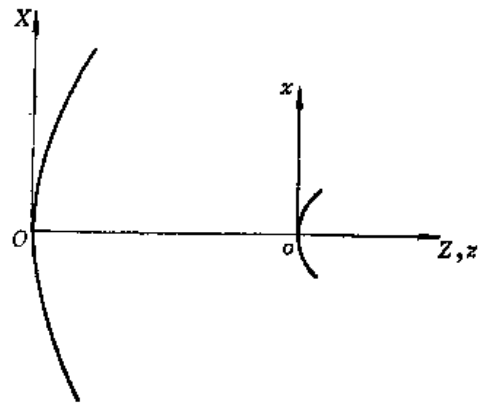


图1-5 主、副面轮廓线方程坐标

## § 1.3 等效馈源原理

### 一、等效馈源的方向图

在分析卡式天线的工作原理时已经指出：馈源辐射的球面波经副面反射后照射到主面，因此对主面而言，馈源和副面相结合起到等效馈源的作用，等效馈源也就是前面提到的相心在 $O_1$ 点的虚馈源，其方向图近似地可由几何光学方法导出。

按几何光学理论，从馈源 $d\theta_2$ 射线管内投射到副面的能流，经副面转换为对应的 $d\theta_1$ 射线管内的能流反射到主面，如图1-6所示。

电磁波在均匀媒质中传播时，由能量守恒定律并略去副面的欧姆热损耗，则在副面同一面元 $dS$ 上的反射功率等于入射功率，因而

$$E_{p1}^2(\theta_1) \sin\theta_1 d\theta_1 d\phi_1 = E_{p2}^2(\theta_2) \sin\theta_2 d\theta_2 d\phi_2 \quad (1-15)$$

式中 $E_{p1}(\theta_1)$ 和 $E_{p2}(\theta_2)$ 分别为等效馈源和馈源的场强角分布； $\phi$ 平面垂直 $\theta$ 平面，且 $d\phi_1 = d\phi_2$ ，

在图1-6中未画出来。上述功率相等关系导致在副面同一点的反射场强等于入射场强，在副面顶点上有

$$\frac{E_{p1}(0)}{F_s} = \frac{E_{p2}(0)}{2c - F_s} \quad (1-16)$$

设

$$E_{p1}(\theta_1) = E_{p1}(0) f_{p1}(\theta_1) \quad (1-17)$$

$$E_{p2}(\theta_2) = E_{p2}(0) f_{p2}(\theta_2) \quad (1-18)$$

式中 $f_{p1}(\theta_1)$ 和 $f_{p2}(\theta_2)$ 分别是对 $\theta_1 = \theta_2 = 0$ 方向归一的等效馈源和馈源的方向图函数。后

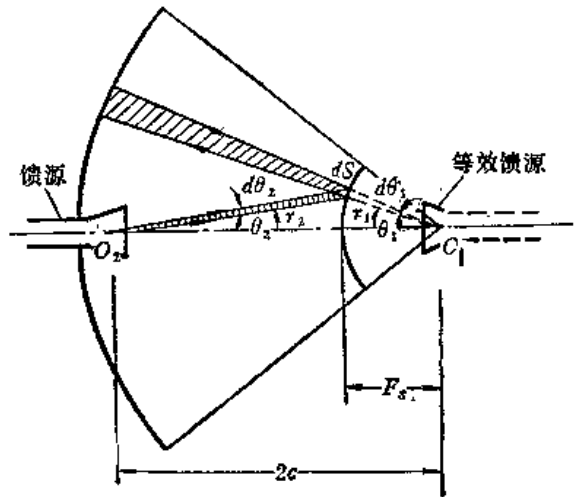


图1-6 等效馈源原理

者是已知的, 前者待求, 也就是要建立  $f_{p1}(\theta_1)$  与  $f_{p2}(\theta_2)$  之间的关系式。

由式(1-15)~(1-18)得

$$f_{p1}(\theta_1) = \frac{2c - F_s}{F_s} \sqrt{\frac{\sin\theta_2 d\theta_2}{\sin\theta_1 d\theta_1}} f_{p2}(\theta_2) \quad (1-19)$$

因为

$$dS = r_1^2 \sin\theta_1 d\theta_1 d\phi_1 = r_2^2 \sin\theta_2 d\theta_2 d\phi_2 \quad (1-20)$$

其中  $d\phi_1 = d\phi_2$ 。再由图 1-6 可知

$$r_1 \sin\theta_1 = r_2 \sin\theta_2 \quad (1-21)$$

把上式代入式(1-20)得

$$\sqrt{\frac{\sin\theta_2 d\theta_2}{\sin\theta_1 d\theta_1}} = \frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} = \frac{d\theta_2}{d\theta_1} \quad (1-22)$$

对式(1-10)微分求出

$$\frac{d\theta_2}{d\theta_1} = \frac{1 + \left(\frac{e+1}{e-1}\right)^2 \operatorname{tg}^2 \frac{\theta_2}{2}}{\frac{e+1}{e-1} \left(1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\theta_1}{2}\right)} \quad (1-23)$$

利用式(1-22)、(1-23)和(1-11), 即可把式(1-19)化为

$$f_{p1}(\theta_1) = \frac{1 + \left(\frac{e+1}{e-1}\right)^2 \operatorname{tg}^2 \frac{\theta_2}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\theta_1}{2}} f_{p2}(\theta_2) \quad (1-24)$$

再利用式(1-10), 就可使上式的系数变为  $\theta_1$  的函数, 且

$$f_{p1}(\theta_1) = \frac{\mu + 1}{\mu + \cos\theta_1} f_{p2}(\theta_2) \quad (1-25)$$

式中

$$\mu = \frac{1 + e^2}{2e} \quad (1-26)$$

用相心在虚焦点的等效馈源(虚馈源)取代卡式天线的馈源和副面, 从而把卡式天线简化为焦径比相同而馈源不同的抛物面天线进行定量分析, 这就是等效馈源原理。

在式(1-25)中, 令

$$u(\theta_1) = \frac{\mu + 1}{\mu + \cos\theta_1} \quad (1-27)$$

$u(\theta_1)$  是由于副面反射而引起的  $f_{p1}(\theta_1)$  对  $f_{p2}(\theta_2)$  的振幅变换系数, 显然  $u(\theta_1) \geq 1$ , 且随  $\theta_1$  增大而增大。图 1-7 是当  $e$  为不同值时  $u(\theta_1)$  与  $\theta_1$  的关系曲线。

喇叭馈源的方向图一般是钟形分布, 场强随  $\theta_2$  增大而减小;  $u(\theta_1)$  表明副面的作用正好与此相反, 其结果是把在馈源中央方向附近的一部分能量扩散到主面的边缘, 使之对主面的照射

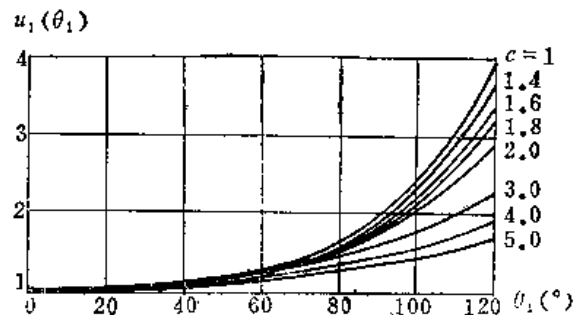


图 1-7  $u(\theta_1)$  与  $\theta_1$  的关系曲线

相对均匀些。从这个意义上说，卡式天线缓和了馈源能量从副面边缘漏溢和对主面照射均匀之间的矛盾，使两者效率因子的乘积比抛物面天线要高一些。

## 二、几何光学方法的局限性

由几何光学方法导出的 $f_{\rho_1}(\theta_1)$ 是副面的反射方向图，它表示馈源辐射的能量除了在 $2\theta_{2m}$ 以外的部分将从副面边缘漏失外， $2\theta_{2m}$ 内的能量将全部转变为 $2\theta_{1m}$ 内的能量并投射到主面，在主面边缘不再有能量泄漏。

几何光学法在 $\lambda \rightarrow 0$ 或 $(D_m/\lambda) \rightarrow \infty$ 时才严格成立。卡式天线的副面处在主面的正前方，对主面的电波辐射产生遮挡，所以副面的直径不宜过大，一般应为主面直径的十分之一左右或更小。若主面直径是 $100\lambda$ ，副面直径就只有 $10\lambda$ 左右。当副面尺寸较小时，副面的绕射效应的影响就变得严重起来，用几何光学方法分析带来的误差就比较大。实际上，副面的散射方向图依然是向全空间辐射的，仍有部分能量从主面边缘漏过。建立在几何光学概念上的等效馈源原理和下节要讲到的等效抛物面原理，都不可能得出绕射损失。

最后指出：为了控制绕射损失，副面直径通常不得小于 $(7\sim 8)\lambda$ ，故卡式天线的主面直径最小也要有 $60\lambda$ 左右，对于直径波长比 $(D_m/\lambda)$ 小于60的抛物面，采用后馈的卡式结构并不适宜。如果允许性能降低或者通过某些措施加以改善，主面直径波长比的下限还可进一步降低，有些实用天线的 $D_m$ 只有几个波长。

## § 1.4 等效抛物面原理

### 一、等效抛物线方程

从上节等效馈源原理的分析过程中获得如下启示：馈源在 $d\theta_2$ 射线管内的能流经副面反射后，变为等效馈源在 $d\theta_1$ 射线管内的能流，经传输了 $\rho$  ( $\rho = O_1N$ ) 的距离后到达主面上的 $N$ 点) 假想使 $d\theta_2$ 内的能流透过副面，传输了 $\rho_e$  ( $\rho_e = O_2U$ ) 的距离，且使 $d\theta_1$ 、 $d\theta_2$ 两根射线管分别在矢径 $\rho_e$ 、 $\rho$ 的终端的面元 $ds$ 相等，如图1-8所示，由能量守恒定理，在两个 $ds$ 上的场强必然相等，这样就可用 $U$ 点的场代替 $N$ 点的场。

现在，通过求满足上述条件的 $\rho_e$ 与 $\rho$ 的关系，得出 $\rho_e$ 随 $\theta_2$ 变化的轨迹。

因为

$$\begin{aligned} dS &= \rho_e^2 \sin\theta_2 d\theta_2 d\phi_2 \\ &= \rho^2 \sin\theta_1 d\theta_1 d\phi_1 \quad (1-28) \end{aligned}$$

考虑到 $d\phi_2 = d\phi_1$ ，故

$$\rho_e = \sqrt{\frac{\sin\theta_1 d\theta_1}{\sin\theta_2 d\theta_2}} \rho \quad (1-29)$$

把式(1-22)代入上式得

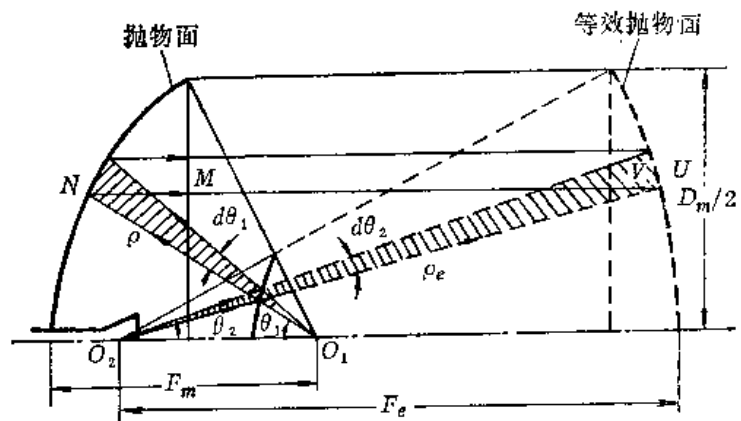


图 1-8 等效抛物面原理

$$\rho_e \sin \theta_2 = \rho \sin \theta_1 \quad (1-30)$$

上式表明矢径  $\rho_e$  与  $\rho$  的终端到天线对称轴的垂距相等。

已知抛物线的极坐标方程为

$$\rho = \frac{2F_m}{1 + \cos \theta_1} \quad (1-31)$$

把上式代入式(1-30)，并利用等式

$$\operatorname{tg} \frac{\theta}{2} = \frac{\sin \theta}{1 + \cos \theta}$$

的关系，得

$$\rho_e = \frac{\operatorname{tg} \frac{\theta_1}{2}}{\operatorname{tg} \frac{\theta_2}{2}} \frac{2F_m}{1 + \cos \theta_2} \quad (1-32)$$

由式(1-10)可知，上式的系数  $\operatorname{tg}(\theta_1/2)/\operatorname{tg}(\theta_2/2)$  取决于双曲面的离心率  $e$ ，对于给定的双曲面，它是一个定值，故令

$$M = \frac{\operatorname{tg} \frac{\theta_1}{2}}{\operatorname{tg} \frac{\theta_2}{2}} \quad (1-33)$$

显然  $M \geq 1$ 。于是

$$\rho_e = \frac{2F_e}{1 + \cos \theta_2} \quad (1-34)$$

式中

$$F_e = MF_m \quad (1-35)$$

所以， $\rho_e$  随  $\theta_2$  变化的轨迹也是一条抛物线，且绕天线对称轴旋转就形成一个假想的抛物面。

前面已经说明，在两个抛物面对应的  $U$  点和  $N$  点的入射场振幅是相等的。根据抛物面的几何光学性质，在  $U$  点和  $N$  点的反射场振幅都与各自的入射场振幅相等，反射线都平行于对称轴，且与对称轴的距离相等，故两根射线管汇合成同一根射线管，两个抛物面口径上对应的  $V$  点和  $M$  点的场振幅相等。这种两个口径上对应点的场振幅相等的关系在整个口径上都成立；而场的相位关系在两个口径上都是同相分布；再加上  $\theta_{2,m}$  和  $\theta_{1,m}$  对应，两个抛物面口径的直径相等。由此得出结论：两个口径上场的振幅和相位分布完全相同。所以，我们把以  $\rho_e$  为矢径的抛物面称为等效抛物面，其焦点在  $O_1$  点，焦距为  $F_e$ 。把式(1-33)所定义的  $M$  称为卡式天线的放大率，它表示等效抛物面焦距比主面焦距大了多少倍。式(1-34)就是等效抛物线方程。

用等效抛物面（虚抛物面）取代卡式天线的主面和副面，从而把卡式天线的问题简化为馈源相同、抛物面直径相等但焦距增大了  $M$  倍的单反射面天线来进行定量分析，这就是等效抛物面原理。

对于偏焦不大的卡式天线，等效抛物面原理依然适用。

上面根据等效原理得出了分析卡式天线的两种方法，在什么场合下应选用哪一种方法，主要看问题的需要和方便而定。

卡式天线的放大率 $M$ 可由式(1-10)、(1-9)和式(1-11)表示为

$$M = \frac{e+1}{e-1} \quad (1-36)$$

或

$$M = \frac{\operatorname{tg} \frac{\theta_{1m}}{2}}{\operatorname{tg} \frac{\theta_{2m}}{2}} \quad (1-37)$$

或

$$M = \frac{c+a}{c-a} = \frac{2a+F_s}{F_s} = \frac{2c-F_s}{F_s} \quad (1-38)$$

放大率 $M$ 取决于双曲面的形状,当离心率 $e$ 越接近于1,即双曲面的曲率半径越小,其顶点与两焦点的距离之差越大, $\theta_{1m}$ 与 $\theta_{2m}$ 相差越大时, $M$ 越大。

利用等效抛物面的概念可知:当卡式天线的主面的焦径比与抛物面天线相同时,卡式天线等效于其焦径比增大了 $M$ 倍的另一新的抛物面天线。焦距增大可以放宽对馈源-副面系统安装精度的要求;同时因为等效抛物面天线的半张角 $2\theta_{2m}$ 小,要使口面上获得合适的照射,卡式天线的馈源口径的最佳值允许比抛物面天线的大,并且适当选择双曲面的离心率,可使 $\theta_{2m}$ 在一定范围内变动,从而增加了天线设计的灵活性。

## 二、空间衰减因子

球面波在传播过程中由于能量随着距离增加而扩散所引起的衰减,通常称为空间衰减;而天线的空间衰减因子则有专门的定义。

与单反射面天线一样,卡式天线的空间衰减因子定义为馈源在轴向的单位立体角波束在主面中央所占的面积,与在边缘的单位立体角波束在主面边缘所占的面积之比。由于边缘波束的射线距离较长,它的主面上所占的面积较大,使该面积上的能流密度(功率密度)降低,也就是说,馈源功率在到达主面边缘时产生的空间衰减较大。

在计算空间衰减时,不应考虑馈源本身的方向性,此时单位立体角波束在主面所占面积就与功率密度成反比,因此空间衰减因子也可以定义为均匀辐射的馈源在主面的边缘与中央的功率密度之比。

利用等效抛物面的方法,就能方便地根据后一定义求出用分贝数表示的空间衰减因子。因为

$$\frac{E_s^2(\theta_{2m})}{E_s^2(0)} = \frac{[E_{p2}(\theta_{2m})/\rho_{em}]^2}{[E_{p2}(0)/F_e]^2} \quad (1-39)$$

式中 $E_s$ 是主反射面上的场强, $E_{p2}$ 是馈源的场强, $\rho_{em}$ 和 $F_e$ 分别是等效抛物面的边缘矢径和焦距。把式(1-34)中当 $\theta_2 = \theta_{2m}$ 、 $\rho_e = \rho_{em}$ 的关系代入上式得

$$\frac{E_s^2(\theta_{2m})}{E_s^2(0)} = \frac{E_{p2}^2(\theta_{2m})}{E_{p2}^2(0)} \left( \frac{1 + \cos\theta_{2m}}{2} \right)^2 \quad (1-40)$$

等式右边的第一个因子是由馈源功率方向图函数引起的,第二个因子就是空间衰减因子 $S \cdot A$ ,故

$$S \cdot A(\text{dB}) = 20 \lg \frac{1 + \cos \theta_{2m}}{2} \quad (1-41)$$

当卡式天线的主面焦径比与抛物面天线相同时,  $\theta_{2m} < \theta_{1m}$ , 所以卡式天线的空间衰减因子较小, 在  $F_m/D_m$  和  $M$  较大时, 可以近似地忽略这一效应。这时卡式天线的口径边缘照射电平近似地等于馈源在该方向的电平, 因此口径场分布较为均匀, 口径效率较高。

由于

$$\rho_{em} = \frac{D_m/2}{\sin \theta_{2m}} \quad (1-42)$$

把上式和式(1-35)代入式(1-39), 便得到空间衰减因子的另一表达式, 且

$$S \cdot A = 20 \lg \frac{2MF_m \sin \theta_{2m}}{D_m} \quad (1-43)$$

设卡式天线的  $F_m/D_m = 0.417$ ,  $\theta_{1m} = 62^\circ$ ,  $\theta_{2m} = 17^\circ 10'$ , 则同一焦径比的卡式天线与抛物面天线的空间衰减因子分别为

$$S \cdot A(\text{卡式天线}) = -0.195 \text{ dB}$$

$$S \cdot A(\text{抛物面天线}) = -2.66 \text{ dB}$$

### 三、交叉极化效应

卡式天线的交叉极化损失比抛物面天线的要小。当主面是浅抛物面时, 可以近似地忽略这一效应。

## § 1.5 卡塞格伦天线的口径场分布

### 一、等效抛物面法

设  $f_{p2}(\theta_2)$  和  $f_s(\theta_2)$  分别是对  $\theta_2 = 0$  归一的馈源方向图函数和口径场分布。把式(1-40)的  $\theta_{2m}$  改为任意的  $\theta_2$  可得

$$f_s(\theta_2) = \frac{1 + \cos \theta_2}{2} f_{p2}(\theta_2) \quad (1-44)$$

在图 1-9 中, 口径用  $R$  坐标表示, 且  $D_m = 2R_m$ 。因为  $R$  与  $\theta_2$  对应, 类似于式(1-1)可得

$$\text{tg} \frac{\theta_2}{2} = \frac{R}{2F_e} \quad (1-45)$$

利用上式和  $F_e = MF_m$  就可把式(1-44)化为用  $R$  坐标表示的口径场分布, 且

$$f_s(R) = \frac{1}{1 + \left(\frac{R}{2MF_m}\right)^2} f_{p2}(\theta_2) \quad (1-46)$$

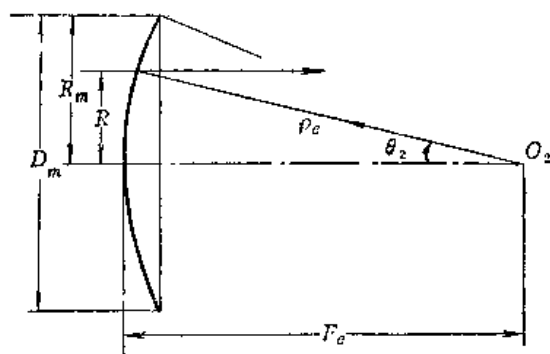


图 1-9 口径的  $R$  坐标

## 二、等效馈源法

设  $f_{\rho_1}(\theta_1)$  和  $f_s(\theta_1)$  是对  $\theta_1 = 0$  归一的等效馈源方向图函数和口径场分布。仿式(1-39)有

$$f_s(\theta_1) = \frac{F_m}{\rho} f_{\rho_1}(\theta_1) \quad (1-47)$$

把式(1-31)和(1-25)代入上式得

$$f_{s_1}(\theta_1) = \frac{(\mu+1)\cos^2 \frac{\theta_1}{2}}{\mu + \cos \theta_1} f_{\rho_2}(\theta_2) \quad (1-48)$$

式中  $\mu = (1+e^2)/2e$ 。令

$$v(\theta_1) = \frac{(\mu+1)\cos^2 \frac{\theta_1}{2}}{\mu + \cos \theta_1} \quad (1-49)$$

$v(\theta_1)$  为式(1-27)所示的剖面振幅变换系数  $u(\theta_1)$  和由矢径  $\rho$  引起的空间衰减因子  $\cos^2(\theta_1/2)$  这两个因子的乘积, 它随  $\theta_1$  的变化示于图1-10中。图中  $v(\theta_1) \leq 1$ , 虚线是  $\cos^2(\theta_1/2)$  的曲线。由于两个因子随  $\theta_1$  的变化规律相反, 其结果是使口径场分布比半张角  $\theta_{1m}$  相同的抛物面天线要均匀一些。

副面的反射使振幅分布发生改变, 而主面的反射则保持振幅分布不变, 它只是使口径场呈现同相, 这一特点导致赋形卡塞格伦天线的出现。

因为

$$\mu + \cos \theta_1 = \mu + 2\cos^2 \frac{\theta_1}{2} - 1$$

$$= (\mu+1)\cos^2 \frac{\theta_1}{2} + (\mu-1)\sin^2 \frac{\theta_1}{2}$$

并利用式(1-45)、(1-26)和(1-37)同样可把式(1-48)化为式(1-46)的形式。

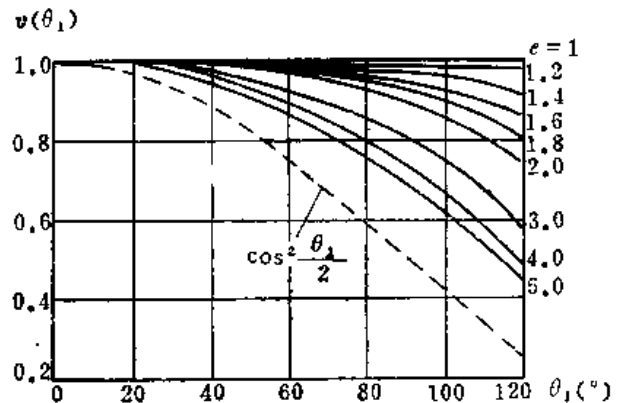


图 1-10  $v(\theta_1)$  与  $\theta_1$  的关系曲线

## § 1.6 口径遮挡和馈源失配

### 一、口径遮挡效应

卡式天线的副面、馈源和支杆对口径或等效馈源的辐射产生遮挡。遮挡使天线增益下降, 副瓣电平上升。

用几何光学法近似分析遮挡效应的思路如下: 求出遮挡体在口径上的几何阴影区, 阴影区的面积称为遮挡面积; 设想被挡住的能量由遮挡体全部吸收, 于是照明区(非阴影区)内的场与原分布相同, 阴影区内的场为零, 后者等效于在原来的场分布上迭加了由遮挡效应引起的振幅分布相同而相位相反的场。因此, 遮挡效应使口面场分布分为两部分: 一是整个口

面上原来的场，二是遮挡面积上反相的场。

显然，如能限制遮挡面积，就能减小遮挡损失。

1. 副面最小遮挡直径 副面对口径的前向辐射产生遮挡，其遮挡面积等于它在口径上的垂直几何投影(图 1-11 中实线圆内的面积)。副面的面积越大，遮挡面积就越大。

馈源对副面的反射场或散射场产生遮挡。利用等效馈源的概念，并以通常的圆锥喇叭为例，则以虚焦点为顶点且围绕喇叭口径周界的立体角边缘与主面相截，其截线所围的面积就是馈源在口径上的遮挡面积(图 1-11 中虚线圆内的面积)。喇叭的口径直径越大，或者喇叭离副面越近，遮挡面积就越大。

副面和喇叭的遮挡面积不仅重叠，而且相互矛盾。若减小副面直径，喇叭对副面的照射角就随之减小，此时为满足副面的边缘照射电平，喇叭口径应相应增大，因此副面遮挡小时，喇叭遮挡就大；反之亦然。只有当两者的遮挡面积大致相等时，才能使它们对口径的遮挡减至最小，由此得出的副面直径  $D_{s,n}$  称为副面最小遮挡直径，如图 1-12 所示。

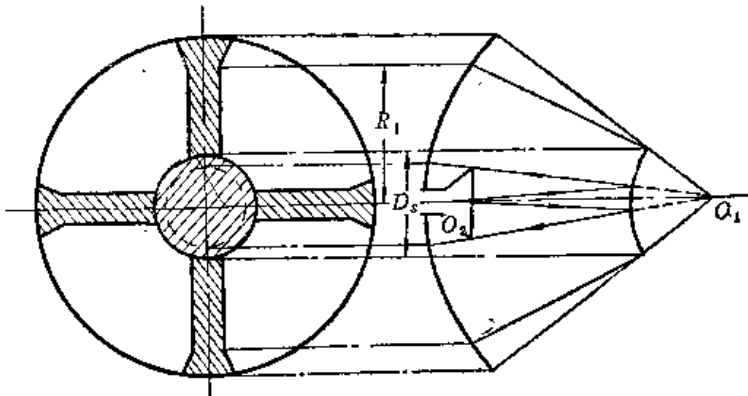


图 1-11 副面和喇叭的遮挡面积

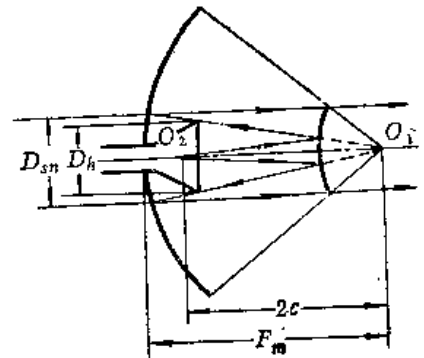


图 1-12 副面最小遮挡直径

在图 1-12 中，由相似三角形关系近似得

$$\frac{D_{s,n}/2}{D_h/2} = \frac{F_m}{2c} \quad (1-50)$$

式中  $D_h$  为喇叭的口径直径。上式也可改写为

$$\frac{D_{s,n}}{D_m} = \frac{D_h}{2c} \frac{F_m}{D_m} \quad (1-51)$$

$D_{s,n}/D_m$  称为最小遮挡比，且主面的焦径比越小，最小遮挡比也就越小。把式(1-2)代入上式得

$$D_{s,n} = \sqrt{\frac{2D_h F_m}{\text{ctg}\theta_{1m} + \text{ctg}\theta_{2m}}} \quad (1-52)$$

副面最小遮挡直径也可由下式近似确定：

$$D_{s,n} = \sqrt{\frac{2}{K} F_m \lambda} \quad (1-53)$$

式中  $K$  是喇叭口径直径与其遮挡直径之比，通常可取为 0.7； $\lambda$  是工作波长。

2. 副面遮挡对增益和副瓣电平的影响 设直径为  $D_m = 2R_m$  的圆口径的场分布为

$$f_s(R') = 1 - R'^2 \quad (1-54)$$

式中  $R' = R/R_m$ 。考虑到  $D_s$  为  $D_m$  的十分之一左右或更小，故在直径为  $D_s$  的遮挡圆面积内



的场分布  $f'_s(R')$  可近似看成是均匀分布, 即

$$f'_s(R') = 1 \quad (1-55)$$

根据面天线基本理论, 可以推导出在远区轴向由遮挡面积和整个口径分别产生的场振幅  $E'_m$  和  $E_m$  之比为

$$\frac{E'_m}{E_m} = 2 \left( \frac{D_s}{D_m} \right)^2 \quad (1-56)$$

显然,  $E'_m$  的相位与  $E_m$  相反, 当满足最小遮挡条件时, 上式的  $D_s = D_{s,n}$ 。

设计入遮挡效应后使天线增益由  $G_0$  降至  $G$ , 则

$$\frac{G}{G_0} = \frac{(E_m - E'_m)^2}{E_m^2} \quad (1-57)$$

利用式(1-56)可得增益减小的分贝数为

$$\Delta G(\text{dB}) = 20 \lg \left[ 1 - 2 \left( \frac{D_s}{D_m} \right)^2 \right] \quad (1-58)$$

现在计算遮挡对副瓣电平的影响。遮挡圆面积产生的远场方向图因其  $D_s$  小而显得相当宽, 且能量是分散的, 以致在口径辐射的远场方向图第一副瓣最大值  $E_1$  的方向, 由遮挡产生的场强仍近似等于  $E'_m$ , 而  $E'_m$  的相位与  $E_1$  同相, 如图 1-13 所示。

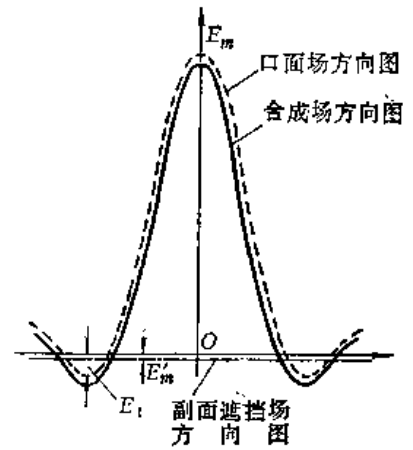


图 1-13 侧面遮挡效应

这样, 侧面遮挡就使天线副瓣电平由  $20 \lg(E_1/E_m)$  增至  $20 \lg[(E_1 + E'_m)/(E_m - E'_m)]$ , 增加的分贝数为

$$\begin{aligned} \Delta q(\text{dB}) &= 20 \lg \left( \frac{E_1 + E'_m}{E_1 - E'_m} \cdot \frac{E_m}{E_m} \right) \approx 20 \lg \left( 1 + \frac{E'_m}{E_1} + \frac{E'_m}{E_m} \right) \\ &= 20 \lg \left[ 1 + \frac{E'_m}{E_m} \left( \frac{E_m}{E_1} + 1 \right) \right] \end{aligned} \quad (1-59)$$

把式(1-56)代入上式得

$$\Delta q(\text{dB}) = 20 \lg \left[ 1 + 2 \left( \frac{D_s}{D_m} \right)^2 \left( \frac{E_m}{E_1} + 1 \right) \right] \quad (1-60)$$

由面天线理论可知: 当口径场为  $1 - R'^2$  分布时, 其副瓣电平为  $-24.6\text{dB}$ , 相当于

$$\left( \frac{E_1}{E_m} \right)^2 = 0.0035 \quad (1-61)$$

把式(1-61)代入式(1-60), 得到口径场为  $1 - R'^2$  型锥削分布时的计算式为

$$\Delta q(\text{dB}) = 20 \lg \left[ 1 + 35.9 \left( \frac{D_s}{D_m} \right)^2 \right] \quad (1-62)$$

根据上式和式(1-58)在图 1-14 中画出了副瓣电平增加的分贝数(实线)和增益下降的分贝数(虚线)随遮挡比变化的曲线。因为侧面遮挡方向图的主瓣分布在很宽的角区域, 它对口径方向图主瓣最大值的影响很小, 而对副瓣最大值的影响较大, 并且当副瓣最大

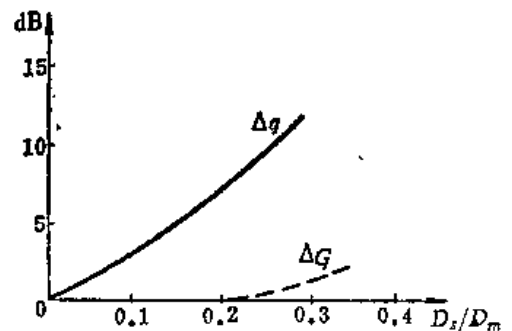


图 1-14 侧面遮挡对增益和副瓣电平的影响

值越小时，这一影响就越大。故副面遮挡引起的  $\Delta G$  值不大，而  $\Delta q$  值较大。 $\Delta G$  和  $\Delta q$  都随着  $D_s/D_m$  的增大而增大。就  $\Delta q$  来说，在锥削分布情况下，当  $D_s/D_m$  由 0.107 增至 0.166 时， $\Delta q$  由 3dB 增至 6dB，所以  $D_s/D_m$  最大不宜超过 0.17。

[例] 已知卡式天线的  $D_m = 150\text{cm}$ ， $F_m = 44.1\text{cm}$ ，工作波长  $\lambda = 3\text{cm}$ ，口径场分布为  $1 - R'^2$ ， $q = -24.6\text{dB}$ 。试求  $D_{s,n}$ 、 $\Delta G$  和  $\Delta q$ 。

[解] 由式(1-53)并取  $K = 0.7$  得

$$D_{s,n} = \sqrt{\frac{2F_m\lambda}{K}} = \sqrt{\frac{2 \times 44.1 \times 3}{0.7}} = 19.44 \text{ cm}$$

$$\left(\frac{D_{s,n}}{D_m}\right)^2 = \left(\frac{19.44}{150}\right)^2 = 0.0168$$

由式(1-58)得

$$\Delta G = 20\lg\left[1 - 2\left(\frac{D_{s,n}}{D_m}\right)^2\right] = 20\lg(1 - 2 \times 0.0168) = -0.297 \text{ dB}$$

由式(1-62)得

$$\Delta q = 20\lg\left[1 + 35.9\left(\frac{D_{s,n}}{D_m}\right)^2\right] = 20\lg(1 + 35.9 \times 0.0168) = 4.1 \text{ dB}$$

卡式天线的副面遮挡使天线副瓣电平明显提高，这是卡式结构的缺点。在天线波瓣宽度大于  $1^\circ$  时，即使按最小遮挡原则设计，也往往是不能令人满意的。在天线只需单一极化工作时，如采用极化旋转技术，使口径辐射得以穿过副面，可以大大减小副面遮挡。

3. 支杆遮挡 支杆既遮挡口径辐射场，也遮挡副面反射场或散射场。前者的遮挡面积等于支杆在口径上的垂直几何投影，如图 1-15 中在  $D_s/2$  与支撑点半径  $R_1$  之间的阴影部分；后者遮挡的是等效馈源的球面波，就像喇叭对副面散射场的遮挡那样，其阴影面积比支杆在主面上的垂直投影的面积要大，如图 1-15 中  $R_1$  至  $R_m$  的阴影部分。

每一根支杆的遮挡面积  $A_2'$  可以用下述公式计算。设  $\varphi_w$  为图 1-15 所示的支杆遮挡宽度之半对口径中心的张角，则  $A_2'$  的面元  $dS' = 2\varphi_w R dR$ ，积分近似得

$$A_2' = \int_{D_s/2}^{R_m} 2\varphi_w R dR \quad (1-63)$$

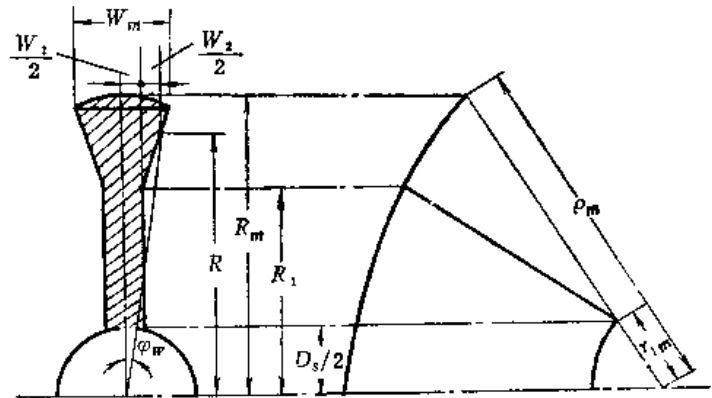


图 1-15 计算支杆遮挡面积用图

现在推导  $\varphi_w$  的近似表达式。因为

$$\varphi_w = \frac{W/2}{R} = \frac{W_1/2}{R} + \frac{W_2/2}{R} \quad (1-64)$$

式中  $W_1$  是支杆对口径的遮挡引起的，它是朝向口径的支杆本身的宽度，且与口径的径向坐标  $R$  无关； $W_2$  是支杆对等效馈源的球面波照射产生遮挡引起的，故在  $(D_s/2) \leq R \leq R_1$  区间内， $W_2 = 0$ ，在  $R_1 < R \leq R_m$  区间内， $W_2$  随  $R$  增大而增大。

在口径边缘的遮挡宽度  $W_m = W_1 + W_2$ 。当  $W_m$  不大时，近似有

$$\frac{W_m/2 - W_1/2}{W_2/2} = \frac{R_m - R_1}{R - R_1} \quad (1-65)$$

$W_m$  与  $W_1$  之比等于从虚焦点到主面与副面的射线距离  $\rho_m$  与  $r_{1m}$  之比；而  $\rho_m$  与  $r_{1m}$  之比又等于主面与副面的半径  $R_m$  与  $D_s/2$  之比。故

$$\frac{W_m}{W_1} = \frac{2R_m}{D_s} \quad (1-66)$$

把上述两式代入式(1-64)得

$$\varphi_{iv} = \begin{cases} \frac{W_1}{2R} & \left( \frac{D_s}{2} \leq R \leq R_1 \right) \\ \frac{W_1}{2R} \left[ 1 + \left( \frac{2R_m}{D_s} - 1 \right) \frac{R - R_1}{R_m - R_1} \right] & (R_1 < R \leq R_m) \end{cases} \quad (1-67)$$

把式(1-67)代入式(1-63)，得单根支杆的遮挡面积为

$$A'_2 = W_1 \left( R_m - \frac{D_s}{2} \right) + \frac{W_1}{2} \left( \frac{2R_m}{D_s} - 1 \right) (R_m - R_1) \quad (1-68)$$

从式(1-66)可知  $W_1 2R_m/D_s = W_m$ ，故上式的结果也可直接从图 1-15 中看出来。

所有支杆的遮挡面积  $A_2$  等于  $A'_2$  乘以支杆的根数  $n$ 。

在保证机械强度的前提下，为了减小支杆的遮挡面积，可把支杆作成窄矩形、锐角等腰三角形或椭圆形，以减小  $W_1$ ；或把支撑点往主面边缘移动，使  $R_1$  增大。

## 二、馈源失配效应

卡式天线的由副面反射引起的馈源失配效应是个值得注意的问题。

馈源喇叭接收到的副面反射功率为

$$P_2 = S_2 A_{c2} \quad (1-69)$$

式中  $S_2$  是副面反射至喇叭处的功率密度， $A_{c2}$  是喇叭的有效接收截面，且

$$A_{c2} = \frac{\lambda^2}{4\pi} G_{p2} \quad (1-70)$$

式中  $G_{p2}$  是喇叭的增益； $\lambda$  是工作波长。

应用等效馈源法可写出  $S_2$  的表达式，且

$$S_2 = \frac{P_1}{4\pi \left( r_{20} + \frac{r_{20}}{M} \right)^2} G_{p1} \quad (1-71)$$

式中  $P_1$  和  $G_{p1}$  是等效喇叭馈源的辐射功率和增益； $M$  是卡式天线的放大率； $r_{20} = 2c - F_s$ 。

喇叭和等效喇叭的辐射功率都等于  $P_1$ ，两者在副面顶点的场强相等，即

$$\frac{\sqrt{60 P_1 G_{p2}}}{r_{20}} = \frac{\sqrt{60 P_1 G_{p1}}}{r_{20}/M} \quad (1-72)$$

由此可求出两者增益之间的关系为

$$G_{p1} = \frac{G_{p2}}{M^2} \quad (1-73)$$

把式(1-70)、(1-71)和(1-73)代入式(1-69)，即得由副面反射引起的馈源内的反射系数

的模为

$$|\Gamma| = \sqrt{\frac{\bar{P}_2}{\bar{P}_1}} = \frac{G_{P2}\lambda}{4\pi r_{20}(M+1)} \quad (1-74)$$

以等效喇叭作为馈源的抛物面天线在馈源内产生的反射系数的模为

$$|\Gamma'| = \frac{G_{P1}\lambda}{4\pi F_m} \quad (1-75)$$

两者相比得

$$\frac{|\Gamma|}{|\Gamma'|} = \frac{MF_m}{r_{20}\left(1 + \frac{1}{M}\right)} \quad (1-76)$$

因为  $M > 1$ ,  $F_m > r_{20}$ , 故  $|\Gamma|$  比  $|\Gamma'|$  大得多。

为了改善馈线的驻波系数, 可在副面顶点加顶片进行匹配, 顶片的直径和厚度约为

$$d = \sqrt{\frac{4\lambda r_{20}}{\pi(M+1)}} \quad (1-77)$$

$$t = (2n+1) \cdot \frac{\lambda}{4} \quad (1-78)$$

式中  $n = 0, 1, 2, \dots$ 。上式的尺寸需通过实测加以修改。显然这种匹配装置是窄频带的, 采用其它的装置也难以达到良好的宽频带匹配。只有使副面的反射都对着主面, 而不指向喇叭, 才能消除副面对馈源的反作用, 赋形卡塞格伦天线(见 § 1-10)和主面焦轴移位的双反射面天线(见 § 1-11)就能实现这一要求。

## § 1.7 卡塞格伦天线的增益

### 一、增益表达式

卡式天线的增益由面天线理论可以表示为

$$G = \left(\frac{\pi D_m}{\lambda}\right)^2 \eta \quad (1-79)$$

其对应的分贝数为

$$G(\text{dB}) = 9.96 + 20 \lg \frac{D_m}{\lambda} + 10 \lg \eta \quad (1-80)$$

式中的  $D_m/\lambda$  是口径直径波长比;  $\eta$  是天线的效率。

显然, 在  $D_m/\lambda$  一定时, 提高  $\eta$  成为增大  $G$  的唯一途径; 实际上, 天线增益的计算可以归结为天线效率的计算。

使天线效率降低的因素很多, 但主要来自以下三个方面: 一是馈源辐射的功率有一部分从主面和副面的边缘漏过, 没有照射到主面; 二是口径上场的分布不够均匀, 使口径面积不能获得充分利用; 三是副面和支杆的遮挡作用。

对于标准卡式天线, 以上因素中有的彼此矛盾的。例如, 减小副面遮挡就要增加副面漏泄功率和绕射损失; 又如, 降低副面漏泄就要增加口径振幅分布的不均匀性。在设计天线

时应根据性能指标加以权衡和侧重。

下面将有选择地给出计算主要几项效率的公式。计算时利用等效原理，因此方法与单反射面天线的相似。

由于各种因素都将使天线沿轴向的辐射功率减小，每一因素对应的效率在数值上就等于轴向功率损失的百分比。每一种效率实际上都很接近于1，天线效率就等于各种效率因子的乘积，即

$$\eta = \eta_{ss} \eta_{sm} \eta_o \eta_b, \eta_{bi} \eta_r \eta_o \quad (1-81)$$

下面逐一说明之。

## 二、效率计算

1. 副面截获效率 副面截获效率  $\eta_{ss}$  定义为投射到副面的功率与馈源喇叭的辐射功率之比，故

$$\eta_{ss} = \frac{\int_0^{\theta_{2m}} f_{\theta_2}^2(\theta_2) \sin\theta_2 d\theta_2}{\int_0^{\pi} f_{\theta_2}^2(\theta_2) \sin\theta_2 d\theta_2} \quad (1-82)$$

实际使用的馈源的方向图往往不是轴对称的，所以式中的  $f_{\theta_2}^2(\theta_2)$  应取馈源对  $\phi_2$  平均的归一化 [ $f_{\theta_2}^2(0) = 1$ ] 功率方向图函数。

2. 主面截获效率 主面截获效率  $\eta_{sm}$  定义为投射到主面的功率与副面的辐射功率之比，故

$$\eta_{sm} = \frac{\int_0^{\theta_{1m}} f_{\theta_1}^2(\theta_1) \sin\theta_1 d\theta_1}{\int_0^{\pi} f_{\theta_1}^2(\theta_1) \sin\theta_1 d\theta_1} \quad (1-83)$$

式中  $f_{\theta_1}^2(\theta_1)$  是相心在  $O_1$  点的副面散射场的对  $\phi_1$  平均的归一化 [ $f_{\theta_1}^2(0) = 1$ ] 功率方向图函数； $\theta_1$  和  $\phi_1$  是散射方向图的两个角坐标，详细推导见 § 1.12，(注意这里的  $\theta_1$  和 § 1.12 的  $\theta'$  对应)。主面截获效率由副面的绕射效应引起，所以也称为绕射效率。

如忽略副面本身的热损耗，则副面的辐射功率应等于其截获功率，故

$$\eta_{sm} = \frac{\int_0^{\theta_{1m}} f_{\theta_1}^2(\theta_1) \sin\theta_1 d\theta_1}{\int_0^{\theta_{2m}} f_{\theta_2}^2(\theta_2) \sin\theta_2 d\theta_2} \quad (1-84)$$

用几何光学法计算时， $\eta_{sm} = 1$ 。

3. 口径效率(面积利用系数) 口径效率反映了口径场的振幅和相位分布不均匀所造成的增益损失，它由面天线基本理论可得

$$\eta_o = \frac{2 \left| \int_0^{\theta_{2m}} f_{\theta_2}(\theta_2) e^{-j\Phi(\theta_2)} \rho_e \sin\theta_2 d\theta_2 \right|^2}{\left( \frac{D_m}{2} \right)^2 \int_0^{\theta_{2m}} f_{\theta_2}^2(\theta_2) \sin\theta_2 d\theta_2} \quad (1-85)$$

式中  $f_{\rho_2}(\theta_2)$  是馈源辐射电场对  $\phi_2$  平均的归一化 [ $f_{\rho_2}(0) = 1$ ] 振幅方向图函数;  $\Phi(\theta_2)$  是在主反射面上由于馈源辐射偏离球面波前或反射面变形而产生的对  $\phi_2$  平均的相位误差。相位误差分为随机误差和系统误差两种, 沿轴向移动馈源-副面系统可以补偿其中的平方律相位误差; 由反射面重力产生的系统误差也可通过适当设计主面或副面加以控制。

对于卡式天线, 利用式(1-34)和等效抛物面的焦径比与半张角的关系

$$\frac{F_e}{D_m} = \frac{1}{4} \text{ctg} \frac{\theta_{2m}}{2} \quad (1-86)$$

可把式(1-85)化为

$$\eta_a = \frac{2 \text{ctg}^2 \frac{\theta_{2m}}{2} \left| \int_0^{\theta_{2m}} f_{\rho_2}(\theta_2) e^{-j\Phi(\theta_2)} \text{tg} \frac{\theta_2}{2} d\theta_2 \right|^2}{\int_0^{\theta_{2m}} f_{\rho_2}^2(\theta_2) \sin \theta_2 d\theta_2} \quad (1-87)$$

这一形式与抛物面天线的相同。对式(1-45)微分得

$$d\theta_2 = \frac{dR}{\rho_e} \quad (1-88)$$

又因为

$$\sin \theta_2 = \frac{R}{\rho_e} \quad (1-89)$$

利用上述两式及式(1-45)和(1-86), 就可把式(1-87)化为对口径场坐标  $R$  的积分, 且

$$\eta_a = \frac{2 \left| \int_0^{R_m} f_s(R) e^{-j\Phi_a(R)} R dR \right|^2}{R_m^2 \int_0^{R_m} f_s^2(R) R dR} \quad (1-90)$$

式中  $f_s(R)$  是对  $\phi$  平均的口径场分布, 它与  $f_{\rho_2}(\theta_2)$  的关系见式(1-46);  $\Phi_a(R)$  是对  $\phi$  平均的口径相位误差;  $R_m$  是口径半径。当场分布用归一化坐标  $R'$  ( $R' = R/R_m$ ) 表示时, 式(1-90)变为

$$\eta_a = \frac{2 \left| \int_0^1 f_s(R') e^{-j\Phi_a(R')} R' dR' \right|^2}{\int_0^1 f_s^2(R') R' dR'} \quad (1-91)$$

4. 副面透明效率 根据式(1-57)所表达的概念, 副面和支杆遮挡导致的效率因子应为

$$\eta_{b_s} \eta_{b_t} = \frac{\left[ \int_A f_s(R) dS - \int_{A_1} f_s(R) dS - \int_{A_2} f_s(R) dS \right]^2}{\left[ \int_A f_s(R) dS \right]^2} \quad (1-92)$$

式中  $\eta_{b_s}$  为副面透明效率;  $\eta_{b_t}$  为支杆透明效率;  $A$  为口面面积;  $A_1$  和  $A_2$  分别为副面遮挡面积和支杆遮挡面积;  $dS$  为口面面元。把上式改写为

$$\eta_{b_s} \eta_{b_t} = \frac{\left[ \int_{A-A_1} f_s(R) dS \right]^2}{\left[ \int_A f_s(R) dS \right]^2} \cdot \frac{\left[ \int_{A-A_1} f_s(R) dS - \int_{A_2} f_s(R) dS \right]^2}{\left[ \int_{A-A_1} f_s(R) dS \right]^2} \quad (1-93)$$

则

$$\eta_{bs} = \frac{\left[ \int_{A-A_1} f_s(R) dS \right]^2}{\left[ \int_A f_s(R) dS \right]^2} \quad (1-94)$$

把  $dS = 2\pi R dR$  代入上式得

$$\eta_{bs} = \frac{\left[ \int_{D_s/2}^{R_m} f_s(R) R dR \right]^2}{\left[ \int_0^{R_m} f_s(R) R dR \right]^2} \quad (1-95)$$

如果口径场是归一化的, 则

$$\eta_{bs} = \frac{\left[ \int_{R'_s}^1 f_s(R') R' dR' \right]^2}{\left[ \int_0^1 f_s(R') R' dR' \right]^2} \quad (1-96)$$

式中

$$R'_s = \frac{D_s/2}{R_m} \quad (1-97)$$

式(1-95)亦可化为对反射面的积分, 且

$$\eta_{bs} = \frac{\left[ \int_{\theta_s}^{\theta_{1m}} f_{\rho_1}(\theta_1) \operatorname{tg} \frac{\theta_1}{2} d\theta_1 \right]^2}{\left[ \int_0^{\theta_{1m}} f_{\rho_1}(\theta_1) \operatorname{tg} \frac{\theta_1}{2} d\theta_1 \right]^2} \quad (1-98)$$

式中  $\theta_s$  是对虚焦点的遮挡角, 且

$$\theta_s = 2 \operatorname{arctg} \frac{D_s/2}{2F_m} \quad (1-99)$$

由式(1-98)可以方便地得出  $\eta_{bs}$  的一般表达式为

$$\eta_{bs} = \frac{\left[ \int_{\theta_s}^{\theta_{1m}} f_{\rho_1}(\theta_1) \rho \sin \theta_1 d\theta_1 \right]^2}{\left[ \int_0^{\theta_{1m}} f_{\rho_1}(\theta_1) \rho \sin \theta_1 d\theta_1 \right]^2} \quad (1-100)$$

5. 支杆透明效率 由式(1-93)可得支杆透明效率  $\eta_{bt}$  为

$$\eta_{bt} = \frac{\left[ \int_{A-A_1} f_s(R) dS - \int_{A_2} f_s(R) dS \right]^2}{\left[ \int_{A-A_1} f_s(R) dS \right]^2} \quad (1-101)$$

根据  $A_2 = nA'_2$  和式(1-63)可得

$$\int_{A_2} f_s(R) dS = n \int_{A'_2} f_s(R) dS' = n \int_{D_s/2}^{R_m} f_s(R) 2\varphi_s R dR = n \int_{D_s/2}^{R_m} f_s(R) \frac{\varphi_s}{\pi} dS \quad (1-102)$$

利用此式和式(1-94), 可把式(1-101)写为

$$\eta_{bt} = \frac{\left[ \int_{D_s/2}^{R_m} f_s(R) \left[ 1 - n \frac{\varphi_w}{\pi} \right] R dR \right]^2}{\left[ \int_{D_s/2}^{R_m} f_s(R) R dR \right]^2} \quad (1-103)$$

其中  $\varphi_w$  表示在式(1-67)中。同样可把上式化为与式(1-96)、(1-98)和(1-100)类似的形式，此处不再赘述。

6. 主面公差效率 主面制造误差引起的效率因子为

$$\eta_r = e^{-\left(4\pi \frac{\sigma}{\lambda}\right)^2} \quad (1-104)$$

式中  $\sigma$  为主反射面表面误差的均方根值。至于副面，因为表面面积较小，容易实现精加工，若加工精度在  $(0.01 \sim 0.02)\lambda$  以内，其增益损失可以忽略不计。

7. 其它 其它因素引起的增益损失都归结在  $\eta_o$  中，比如交叉极化效率、安装效率和热损耗效率等等。对于工作性能良好的卡式天线来说，由于辐射功率中存在交叉极化分量电场使主极化的增益损失约 0.2dB；馈源、副面和主面三者的相对位置安装不够精确大约使增益损失 0.1dB；反射面和保护漆层的热损耗引起的增益损失约为 0.1dB。由于存在上述种种因素，通常，标准卡式天线的效率不超过 0.6。

[例] 12.2m 的标准卡式天线在工作频率 7.3GHz 时的增益为

$$G = 59.37 + 10 \lg \eta \text{ (dB)}$$

而

$$\begin{aligned} \eta_{s,s} &= 0.7390 & (-1.313 \text{ dB}) \\ \eta_{s,m} &= 0.9952 & (-0.021 \text{ dB}) \\ \eta_a &= 0.8348 & (-0.786 \text{ dB}) \\ \eta_{b,s} \eta_{b,t} &= 0.9432 & (-0.225 \text{ dB}) \\ \eta_r &= 0.9524 & (-0.212 \text{ dB}) \end{aligned}$$

故

$$\begin{aligned} \eta &= 0.55 & (-2.587 \text{ dB}) \\ G &= 56.783 \text{ dB} \end{aligned}$$

## § 1.8 卡塞格伦天线的噪声温度

### 一、天线的品质因数

在卫星通信、射电天文和深空雷达等技术中，由于作用距离远使得接收到的信号都是很微弱的，因此需要具有高增益、低噪声性能的天线系统和采用参放或量放的接收系统一起工作，以提高接收灵敏度。在这些领域中，人们都很关心天线的噪声问题。评定天线系统性能的主要参数是增益噪声比  $G/T_A$ ， $G$  是天线增益， $T_A$  是包括天线和馈线系统的噪声温度。 $G/T_A$  也常称为天线的品质因数，其中  $T_A$  规定为在天线仰角为  $5^\circ$  时的数据。

### 二、天线噪声温度

若在接收机输出端接一匹配电阻  $R$ ，则从电阻  $R$  上可取出噪声功率  $P_f$ ，且



$$P_T = KT\Delta f \quad (1-105)$$

式中  $\Delta f$  是接收机带宽, 用Hz(赫兹)作单位;  $K = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$ , 称为波尔兹曼常数;  $T$  是电阻  $R$  所处的环境温度, 它用热力学中的开氏温标表示, 以绝对温度K作单位。开氏温标与摄氏温标的关系为

$$T(\text{K}) = (273.15 + t)^\circ\text{C} \quad (1-106)$$

式中  $t$  代表摄氏温度。

天线从环境中接收噪声, 如其匹配终端得到的外部噪声功率为  $P_e$ , 与式(1-106)类比可表示为

$$P_e = KT_e \Delta f \quad (1-107)$$

式中  $\Delta f$  为天线带宽;  $T_e$  表示天线接收噪声的能力。 $T_e$  越小, 接收到的噪声功率就越小。从接收噪声的角度看, 天线相当于温度为  $T_e$  的一个电阻, 故称  $T_e$  为天线(等效)噪声温度, 单位是K。

外部噪声功率主要来自宇宙的辐射、地球大气层的辐射和地面的辐射。根据辐射热力学的观点, 不同辐射体的辐射能力不同, 辐射能力强的吸收能力也强, 而且在单位时间内辐射的能量等于吸收的能量。

在微波波段, 瑞利-金斯近似简化了普朗克黑体辐射定律, 得出黑体在每一线极化状态的辐射强度(或称亮度)公式为

$$B(\Omega) = \frac{KT(\Omega)}{\lambda^2} \Delta f \quad (1-108)$$

式中  $T(\Omega)$  是以天线为原点的  $\Omega$  方向(即  $\theta, \phi$  方向)上某一特定区域的辐射源的黑体温度;  $\lambda$  是波长。辐射强度的单位是功率/单位立体角/单位面积, 此单位立体角以源为顶点, 单位面积是指源在天线方向的投影面积。设该投影面积的面积元为  $dA_s$ , 则以天线为顶点对  $dA_s$  的立体角  $d\Omega$  为

$$d\Omega = \frac{dA_s}{R^2} \quad (1-109)$$

式中  $R$  是天线与源之间的距离。若天线在  $\Omega$  方向的有效接收截面为  $A_e(\Omega)$ , 则以源为顶点对天线的立体角  $\Omega_s(\Omega)$  为

$$\Omega_s(\Omega) = \frac{A_e(\Omega)}{R^2} \quad (1-110)$$

面积为  $dA_s$  的辐射源在  $\Omega_s(\Omega)$  立体角内的辐射功率  $dP_e$  将全部为天线所接收并构成噪声功率, 且

$$dP_e = B(\Omega)\Omega_s(\Omega)dA_s \quad (1-111)$$

利用式(1-108)~(1-110)和有效接收截面与增益的关系式

$$G(\Omega) = \frac{4\pi}{\lambda^2} A_e(\Omega) \quad (1-112)$$

可把式(1-111)化为

$$dP_e = \frac{K\Delta f}{4\pi} T(\Omega)G(\Omega)d\Omega \quad (1-113)$$

把上式对全空间积分, 再代入式(1-107)即得天线噪声温度(由外部噪声引起)为

$$T_a = \frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} T(\Omega)G(\Omega)d\Omega \quad (1-114)$$

考虑到

$$\int_{4\pi} G(\Omega)d\Omega = 4\pi \quad (1-115)$$

故

$$T_a = \frac{\int_{4\pi} T(\Omega)G(\Omega)d\Omega}{\int_{4\pi} G(\Omega)d\Omega} \quad (1-116)$$

若  $P(\Omega)$  为天线的接收功率方向图函数，则上式可改为

$$T_a = \frac{\int_{4\pi} T(\Omega)P(\Omega)d\Omega}{\int_{4\pi} P(\Omega)d\Omega} \quad (1-117)$$

或用球坐标表示为

$$T_a = \frac{\int_0^{2\pi} \int_0^\pi T(\theta, \phi)P(\theta, \phi)\sin\theta d\theta d\phi}{\int_0^{2\pi} \int_0^\pi P(\theta, \phi)\sin\theta d\theta d\phi} \quad (1-118)$$

根据天线的收、发互易原理，式中的  $P(\Omega)$  或  $P(\theta, \phi)$  也可以看成是天线的辐射功率分布； $T(\Omega)$  或  $T(\theta, \phi)$  是黑体温度分布。

实际的外部噪声源往往不能作为理想黑体处理，它们的辐射强度将取决于（等效）亮度温度。所谓亮度温度，是指黑体在该温度下的亮度（辐射强度）与实际噪声源的亮度相等。在计算  $T_a$  时， $T(\Omega)$  或  $T(\theta, \phi)$  代表亮度温度分布。

为简化计算，设天线的辐射功率等于 1W，则上述两式的分母为 1，式(1-117)变为

$$T_a = \int_{4\pi} T(\Omega)P(\Omega)d\Omega \quad (1-119)$$

所以天线噪声温度  $T_a$  等于总和为 1W 且分布在各方向的辐射功率对周围噪声源背景的亮度温度加权后在全空间的积分。

天线除了接收上述噪声以外，系统本身还要产生内部噪声，馈线、天线表面以及绝缘子等的热损耗将作为内部噪声源产生天线噪声。设  $L_a$  为天线系统的输入功率与辐射功率之比，则若输入 1W 功率，辐射功率就只有  $(1/L_a)$ W，损耗功率为  $(1 - 1/L_a)$ W，它产生天线噪声温度  $T_p$ ，且

$$T_p = \left(1 - \frac{1}{L_a}\right)T_0 \quad (1-120)$$

式中  $T_0$  为天线系统所处的环境温度，一般取为 290K，相当于室温 17°C。于是天线系统总的噪声温度  $T_A$  为

$$T_A = \frac{T_a}{L_a} + \left(1 - \frac{1}{L_a}\right)T_0 \quad (1-121)$$

式中的第一项是由于天线系统的内部损耗使得各方向的辐射功率都减小了  $L_a$  倍的缘故。

### 三、噪声温度的计算方法举例

直接应用式(1-119)计算天线噪声温度  $T_a$  是很复杂的,因为它需要知道空间的功率分布和亮度温度分布的表达式。工程上往往通过平均亮度温度的概念加以估算。估算的方法比较多,这里只介绍其中的一种方法。

产生噪声温度的功率成份主要有以下五种:射向天线前方的副面漏泄功率  $P_{s,s}$ ;射向地面的主面漏泄功率  $P_{s,m}$ ;均匀散射到前半空间的由主面制造误差产生的功率  $P_r$ ;均匀散射的由副面和支杆遮挡产生的功率  $P_b$ ;口径辐射形成的天线主瓣和近副瓣内的功率  $P_m$ 。它们各自产生对应的天线噪声温度分量,把这些分量加起来就是  $T_a$ ,故

$$T_a = T_{a,s,s} + T_{a,s,m} + T_{a,r} + T_{a,b} + T_{a,m} \quad (1-122)$$

式中

$$\begin{cases} T_{a,s,s} = T_{s,s}P'_{s,s} + T_bP''_{s,s} \\ T_{a,s,m} = T_{s,m}P_{s,m} \\ T_{a,r} = T_rP_r \\ T_{a,b} = T_bP_b \\ T_{a,m} = T_mP_m \end{cases} \quad (1-123)$$

上述带下标“a”的  $T$  代表对应功率成份产生的天线噪声温度分量,不带下标“a”的  $T$  代表对应功率分布区域内噪声源背景的平均亮度温度,下面分别说明之。

1. 功率成份的计算 五种功率成份可以通过有关的效率数据求出。

已知副面截获效率为  $\eta_{s,s}$ ,对于 1 W 的馈源功率,从副面边缘漏过的功率等于  $1 - \eta_{s,s}$ ,其中大部分功率(用  $P'_{s,s}$  表示)射向天空,小部分(用  $P''_{s,s}$  表示)被支杆遮挡散射至四周。设射向天空的比例为  $\eta_{s,k}$ ,则

$$P'_{s,s} = (1 - \eta_{s,s})\eta_{s,k} \quad (1-124)$$

$$P''_{s,s} = (1 - \eta_{s,s})(1 - \eta_{s,k}) \quad (1-125)$$

主面截获效率为  $\eta_{s,m}$ ,对于  $\eta_{s,s}$  瓦的副面投射功率,从主面边缘漏过的功率为

$$P_{s,m} = \eta_{s,s}(1 - \eta_{s,m}) \quad (1-126)$$

射向主面的功率等于  $\eta_{s,s}\eta_{s,m}$  瓦,主面制造误差引起的散射功率为

$$P_r = \eta_{s,s}\eta_{s,m}(1 - \eta_r) \quad (1-127)$$

式中  $\eta_r$  为主面制造误差效率。由副面和支杆对主面口径遮挡引起的散射功率为

$$P_b = \eta_{s,s}\eta_{s,m}\eta_r(1 - \eta_b) \quad (1-128)$$

式中  $\eta_b$  为透明效率。扣除上述漏泄和散射的功率外,口径辐射功率为  $\eta_{s,s}\eta_{s,m}\eta_r\eta_b$  瓦,这些功率绝大部分集中在天线主瓣和近副瓣的范围内,故近似有

$$P_m \approx \eta_{s,s}\eta_{s,m}\eta_r\eta_b \quad (1-129)$$

由式(1-124)~(1-129)可知

$$P'_{s,s} + P''_{s,s} + P_r + P_b + P_m \approx 1 \text{ W} \quad (1-130)$$

2. 平均亮度温度的数据 前面已经提到宇宙、大气层和地面辐射是天线的外部噪声的主要来源,它们的辐射强度可以用亮度温度表示。

太阳和其它的射电星是很强的宇宙辐射源,但它们对地面天线而言是一些离散的点源,最大角径不超过  $30'$ ,只要天线不指向它们,就没有什么影响。

宇宙中银河系的噪声源分布较广,它的亮度温度随频率增高而减小,如图 1-16 中的实线所示。当频率等于 4 GHz 时,靠近银河系中心的亮度温度的最大值接近于零;宇宙背景黑体辐

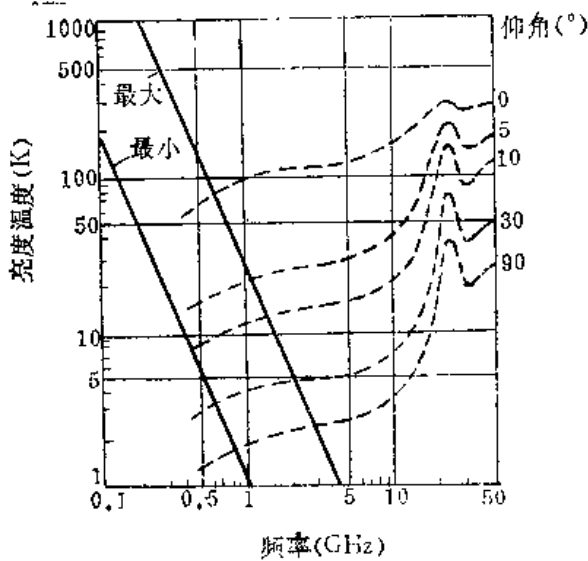


图 1-16 银河系和大气层的亮度温度曲线

射温度经测定等于 2.7K。这两者都与天线仰角无关。

地面上空大气层（主要是氧气和水蒸气）吸收太阳能产生的再辐射强度与接收天线的仰角有关，高仰角方向（天

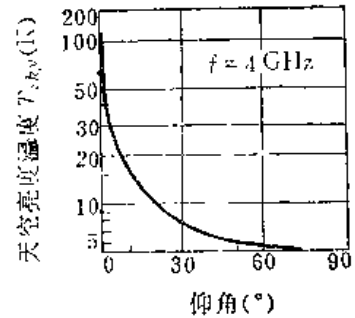


图 1-17 天空亮度温度曲线

顶)的小，低仰角(水平)的大，如图 1-16 中的虚线所示。图中不同仰角的一簇亮度温度曲线在频率 1~10 GHz 范围内变化都比较缓慢，大于 10 GHz 时上升很快。

综合宇宙和大气层两种情况，可知在频率 1~10GHz 之间产生的噪声温度最小，这一频段称为“电波窗口”，卫星通信频率取为 4GHz 和 7.5GHz 就是这个原因。图 4-17 是在 4~10GHz 频率范围内，地面上半空间的天空亮度温度  $T_{sk}$ ，随仰角变化的曲线。

地球是不透明半黑体，它吸收一部分射来的能量产生再辐射。地面亮度温度  $T_c$  与入射仰角等有关，对指向天顶的再辐射， $T_c = 280 \sim 300K$ ，它比  $T_{sk}$  要大得多；随着仰角的减小， $T_c$  有所下降。

尽管地面的  $T_c$  大，但是双反射面天线的主面漏过功率(后向漏过功率)比抛物面天线的小，因此产生的  $T_{asm}$  分量不大，这是双反射面天线的重要优点之一。

要得出式 (1-123) 各区域平均亮度温度的数据，需要进行一系列推导和近似处理，这里从略。表 1-1 给出了计算大型卡式天线的平均亮度温度的数据，以供参考。

表 1-1 平均亮度温度(K)  $f = 4 \text{ GHz}$

仰角	5°	10°	20°	30°	60°	90°
$T_{s,1}$	30.5	17.0	10.0	7.7	5.6	5.2
$T_{s,m}$	135.6	136.9	139.2	141.4	154.2	228.6
$T_r$	124.6	117.3	102.9	88.7	47.4	12.6
$T_b$	127.3	122.1	111.8	101.6	73.6	65.7
$T_m$	30.5	17.0	10.0	7.7	5.6	5.2

性能相当好的大型卡式天线在指向天顶(仰角为 90°)时， $T_A = 7 \sim 15K$ ，转到低仰角(5~7°)时， $T_A = 30 \sim 50K$

## § 1.9 卡塞格伦天线的参数选择原则

### 一、天线设计

标准卡式天线的七个几何参数 $D_m$ 、 $F_m$ 、 $\theta_{1m}$ 、 $D_s$ 、 $F_s$ 、 $\theta_{2m}$ 和 $2c$ 中，有四个参数是独立的，需要选定。

通常，设备总体经过必要的调研和论证后，在任务书中规定了工作波长、极化和主面直径 $D_m$ 的尺寸，并为天线设计提出了增益 $G$ 或增益噪声比 $G/T_A$ 、主瓣宽度 $2\theta_{0.5}$ 、副瓣电平 $q$ 和相对工作带宽 $\Delta f/f_0$ 等指标，在有些天线中还要求多波段更换工作或同时工作。

卡式天线的参数多，这给设计带来了复杂性，但是也增加了设计的灵活性。设计方法比较多，即使是用同一种方法计算出的几何参数尺寸也不一定相同。在设计过程中，既要权衡兼顾各种性能指标的要求，也要考虑结构上的加工、检测和造价，电设计需要和结构设计密切配合。

根据前面已经学过的内容，可以按如下步骤相继计算与选定七个参数：

——主面直径 $D_m$ 按设计任务书中规定的尺寸；如果需要自行选择，可根据工作波段参照现有天线的资料，初步估计出天线效率的数值，然后由式(1-79)求出 $D_m$ 的大小；

——选定主面焦径比 $F_m/D_m$ ；

——利用式(1-1)算出主面半张角 $\theta_{1m}$ ；

——选定天线放大率 $M$ ，通过式(1-37)求出副面半照射角 $\theta_{2m}$ ；

——选定副面直径 $D_s$ ；

——由已知的 $\theta_{2m}$ 、 $\theta_{1m}$ 和 $D_s$ 用式(1-2)或(1-3)求出两焦点之间的距离 $2c$ ；

——由已知的 $\theta_{2m}$ 、 $\theta_{1m}$ 和 $2c$ 按式(1-6)求出副面焦距 $F_s$ ， $F_s$ 也可根据 $M$ 和 $2c$ 求出，因为由式(1-4)和(1-38)可得

$$F_s = \frac{2c}{M+1} \quad (1-131)$$

可见，当 $M$ 一定时， $F_s$ 与 $2c$ 成正比。此外，需要确定副面支杆结构及尺寸，还需要根据主面公差效率 $\eta_r$ ，规定反射面表面公差的均方根值 $\sigma$ 等。馈源型式的选择和尺寸计算是双反射面天线设计的重要内容。对馈电喇叭的主要要求是：方向图的幅度尽可能等化，副瓣低，有确定的相心，输入端的驻波比小，损耗小，满足所需的带宽等。

当天线尺寸和喇叭型式确定后，喇叭的尺寸就取决于副面边缘照射电平 $S$ 的大小。所谓副面边缘照射电平，是指喇叭方向图在半照射角 $\theta_{2m}$ 方向相对于 $\theta_2 = 0$ 方向的电平，用负的分贝数表示。如何选择 $S$ 的值，也是这一节要讨论的内容。由 $S$ 即可求出所选喇叭的几何参数，具体的计算方法留待第二章中阐述。

完成上述设计后，再按有关公式和资料估算天线的各效率因子、副瓣电平和噪声温度等。在估算时要留有余地，以照顾到尚有一些未计入的具体因素所导致的损失。由此可见，往往不是一次计算就能达到指标要求，在缺少经验的情况下更是如此，需要反复调整和核算。

用几何光学方法不能准确地计算出各参数对天线性能的影响,难以使设计达到最佳。在条件许可时,如能用绕射理论,例如按照物理光学方法并利用电子计算机,就能使设计更为合理。

用绕射理论计算的思路是:

- 对选定馈源的口径场进行积分,求出以口径中点为原点的幅-相方向图,计算出喇叭相位中心,并置相心于副面实焦点  $O_2$ ;
- 根据馈源对副面的照射,用电流分布法通过对副面表面的积分,求出副面散射方向图,使其相心位于虚焦点  $O_1$ ;
- 由副面散射场求出主面的口径场分布,对口径场积分得到主面的远场方向图;
- 计算天线效率、噪声温度和副瓣电平等。

## 二、参数选择

1. 主面焦径比  $F_m/D_m$  的选择 抛物面有两个独立参数,即口径直径  $D_m$  和焦径比  $F_m/D_m$ 。在长焦距情况下,  $F_m/D_m$  一般在  $0.30 \sim 0.50$  之间选取。

卡式天线的空间衰减效应是很小的,故对于一定的馈源方向图,天线的口径场分布基本上只与副面边缘照射电平  $S$  有关,而与焦径比或张角的关系不大。分析表明,如果保持遮挡比  $D_s/D_m$  和副面边缘照射电平  $S$  不变,则副面截获效率  $\eta_{s,s}$ 、主面截获效率  $\eta_{s,m}$ 、口径效率  $\eta_a$  和透明效率  $\eta_b$  的乘积及计入副面遮挡效应后的副瓣电平  $q$  在  $F_m/D_m = 0.30 \sim 0.50$  的范围内变化不大。

$F_m/D_m$  取得小的优点是:由式(1-51)可知,此时最小遮挡比  $D_{s,m}/D_m$  小,馈源的伸前量  $Z_1$  (馈源的相心与抛物面顶点之间的距离)与焦距的关系由图1-3(a)看出

$$Z_1 = F_m - 2c \quad (1-132)$$

在上式中代入式(1-2)得

$$Z_1 = F_m - \frac{D_s}{2} (\text{ctg}\theta_{1,m} + \text{ctg}\theta_{2,m}) \quad (1-133)$$

利用式(1-37)消去  $\theta_{1,m}$ , 则

$$Z_1 = F_m - \frac{D_s}{2} \frac{(1+M)\left(1 - M \text{tg}^2 \frac{\theta_{2,m}}{2}\right)}{2M \text{tg} \frac{\theta_{2,m}}{2}} \quad (1-134)$$

当馈源方向图已经给定,则只要保持  $M$ 、 $D_s$  和  $\theta_{2,m}$  不变,  $S$  就不变,此时  $Z_1$  随  $F_m$  减小而减小。 $Z_1$  小不仅使馈线缩短,减少馈线损耗,而且有利于挡住馈源背瓣向地面的宽角辐射,两者都能降低天线系统的噪声温度  $T_A$ 。由于这个原因,有的低噪声天线采用短焦距工作,使它能挡住副面向地面的宽角散射能量。因为地面的亮度温度高,所以尽量减小天线射向地面的背瓣和尾瓣能量是低噪声天线的设计原则之一。此外还有一些优点,如:抛物面的变形公差对天线增益的影响小,可以适当降低副面支撑结构的机械强度,减少支杆对副面的遮挡;天线的纵向尺寸小,这样可以缩短力臂,有利于保证大型卡式天线的指向精度。

取  $F_m/D_m$  大的优点是:馈源-副面系统的安装误差引起的天线增益损失小;有利于提高馈源在偏焦工作时的性能;抛物面深度(抛物面边缘与顶点的轴向距离  $Z_m$ )小,因而交叉

极化分量小。

2. 副面直径  $D_s$  的选择 对于给定的主面直径  $D_m$  和馈源方向图, 若保持副面边缘照射电平不变, 则天线的副瓣电平  $q$  将随着遮挡比  $D_s/D_m$  的变小而单调下降, 因此对  $q$  而言,  $D_s$  越小越好。对天线效率来说,  $D_s$  过小, 绕射效率  $\eta_{sm}$  太小;  $D_s$  过大, 副面透明效率  $\eta_{bs}$  太小。因此存在最佳遮挡比  $D_{s,opt}/D_m$ , 此时天线效率  $\eta$  达到最大。

最佳遮挡比需通过绕射理论求出, 图 1-18 为  $S = -13\text{dB}$  时对两种波长计算的结果(天线参数为  $D_m = 15\text{m}$ ,  $F_m/D_m = 0.35$ ,  $M = 10.2$ )。由图可见, 当  $D_m$  和  $S$  给定时,  $D_{s,opt}/D_m$  的值随着波长的减小而减小。 $D_{s,opt}/D_m$  随  $D_m/\lambda$  的变化曲线如图 1-19 所示。

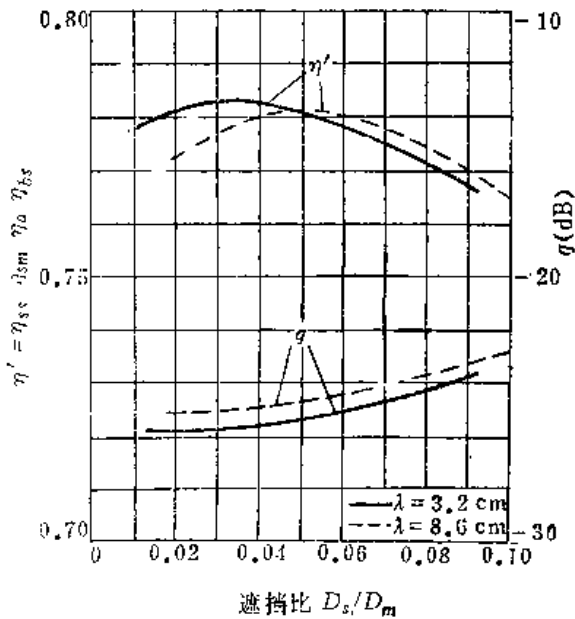


图 1-18 天线特性与遮挡比的关系曲线

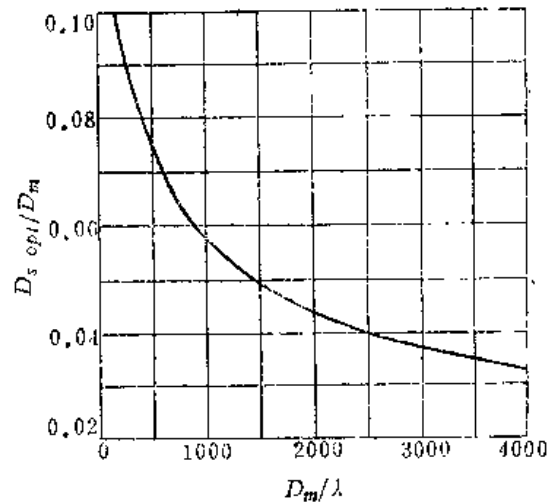


图 1-19 最佳遮挡比  $D_{s,opt}/D_m$  随  $D_m/\lambda$  的变化

在 § 1-6 中用几何光学法求出了副面直径和喇叭口径尺寸按照最小遮挡配合的公式, 这是对副面和喇叭的口径遮挡矛盾较为合理的解决办法。对口径直径波长比大的天线来说, 副面直径若为最佳值, 喇叭的遮挡一般都比副面的遮挡小。

副面遮挡和喇叭伸前量也是矛盾的, 因为当馈源给定且副面边缘电平也给定时,  $Z_1$  小,  $D_s$  就大。从缩短馈线长度, 减小馈线引起的噪声温度来看,  $D_s$  取得大一些是有利的, 但对增益和副瓣不利。

由式(1-121)可知, 天线和馈线的损耗  $L_a$  将使天线系统噪声温度  $T_A$  大于外部噪声源产生的  $T_o$ , 而且  $T_o$  越小,  $T_A$  随  $L_a$  上升得越快, 如图 1-20 所示。因此  $T_o$  越小, 越是要注意降低天线和馈线的损耗, 这也是低噪声天线的—个设计原则。

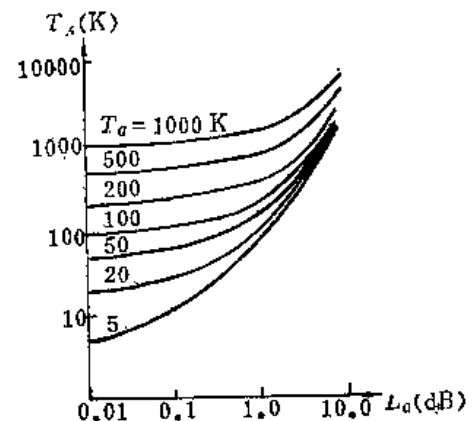


图 1-20  $T_A$  与  $L_a$  的关系曲线

在具体解决  $Z_1$  和  $D_s$  之间的矛盾时, 应根据天线的大小而有所不同。对于主面直径波长比大的天线, 副面遮挡面积占整个口径面积的比例小, 加上遮挡比在最佳值附近变化时对天线效率的影响也小, 所以  $D_s$  宜取大一些, 以减小喇叭伸前量; 相反, 对于主面直径波长

比小的天线，副面遮挡面积占的比例大，故应按最佳遮挡比(绕射理论)或最小遮挡比(几何光学)确定  $D_s$  的值。

总之， $D_s$  尺寸的选择要照顾到效率、副瓣电平和噪声温度等几个因素。一般， $D_s$  的下限为  $D_s > (7 \sim 8)\lambda$ ，否则绕射损失急剧增大； $D_s$  的上限可以取为  $D_s = 0.15 D_m$ ，因为对于  $(1 - R^2)$  型的口径场分布，当  $D_s = 0.15 D_m$  时仅副面遮挡这一项就会使副瓣电平上升 5.15dB 之多。如  $D_s$  再大，副瓣电平就会难以满足要求。

3. 天线放大率  $M$  的选择 卡式天线放大率  $M$  的典型数据为  $M = 11 \sim 4$ ，相当于  $e = 1.2 \sim 1.75$ 。

由图 1-10 看出， $M$  大( $e$  小)时的  $v(\theta_1)$  曲线变化要均匀一些，因而当馈源方向图和副面边缘照射电平给定时，将使口径效率和副面透明效率有所提高，但是计入副面遮挡后的副瓣电平也有所上升。在  $F_m/D_m$  给定后， $M$  大， $\theta_{2m}$  就小， $Z_1$  也随之减小，此时为保持副面边缘照射电平不变，就要相应地增大喇叭口径直径。 $M$  取得小，双曲面弯曲小，使之交叉极化分量小。

4. 副面边缘照射电平  $S$  的选择 在天线尺寸给定后，若副面边缘照射电平高，主面口径场分布较为均匀，于是口径效率  $\eta_a$  和副面透明效率  $\eta_{bs}$  大，副面截获效率  $\eta_{ss}$  和主面截获效率  $\eta_{sm}$  小；反之，则  $\eta_a$ 、 $\eta_{bs}$  小而  $\eta_{ss}$ 、 $\eta_{sm}$  大。这说明  $S$  存在最佳值  $S_{opt}$ ，此时上述四者的乘积达到最大。

副面边缘的最佳照射电平与馈源方向图形状有关。若采用波纹喇叭作馈源，则当口径边缘最大相差  $\Phi_m = \pi/4 \sim \pi/2$  时， $S_{opt} = -10.5$  dB；当  $\Phi_m = \pi$  时， $S_{opt} = -12.5$  dB。在  $S = S_{opt}$  的左右，效率下降并不明显，所以  $S_{opt}$  的取值并不十分严格。

至于副瓣电平，它明显地随  $S$  减小而下降。有时需要选取比  $S_{opt}$  稍低的值作为副面边缘照射电平，以照顾副瓣电平的要求。

表 1-2 是七个用于射电望远镜的毫米波波段的卡塞格伦天线所取的一些数据，以供借鉴。

表 1-2 国外毫米波波段的卡塞格伦天线的一些数据

参 数	主面直径 $D_m$	最短工作波长 $\lambda_m$	焦距比 $F_m/D_m$	遮挡比 $D_s/D_m$	天线放大率 $M$	副面半照射角 $\theta_{1m}$	喇叭伸前量 $Z_1$	主面制造公差 $\sigma$	天线副瓣电平 $q$	天线效率 $\eta$	开始工作时间
研制国家 与单位	(m)	(mm)					(m)	(mm)	(dB)	(%)	(年)
美喷气推进实验室	5.49	3.2	0.47	0.111	5.73	10°42'	0.46	0.18		0.50	1970
美加州大学	6.10	7.9	0.42	0.110	6.22	11°8'	0.85	0.15		0.50	1968
美空军剑桥研究所	8.84	8.6	0.30	0.103	7.24	13°12'	0.61	0.15	-18	0.45	1966
西德波恩大学	10.00	8.3	0.433		11.86			0.34	-20	0.43	1966
巴西麦肯齐大学	13.70	3.5	0.37	0.083	11.00	6°51'	0.305	0.30		0.12	1971
苏克里米亚天文台	22.00	4	0.432			6°38'		0.12		0.34	1963
关“赫斯特台克”天线	36.00	8.6	0.4	0.078	10.76	4°16'	1.72	0.43		0.12	1967



## § 1.10 赋形卡塞格伦天线

### 一、赋形的优点

如前所述，标准卡式天线和抛物面天线一样，对口径的均匀照射和从边缘的能量漏溢之间存在矛盾，因而限制了天线效率的提高。但是，卡式天线多了一个可以控制振幅分布的副面，如果把副面的形状加以修改，使其顶点附近较之普通的双曲面更为突起，即减小副面中央部分的曲率半径，则馈到副面中央的能量就会向主面边缘扩散，加强对边缘部分的照射。对于方向图由中央向两边减弱的馈源，就能选用很低的例如  $-20\text{dB}$  左右的副面边缘照射电平，达到在副面截获绝大部分馈源能量的同时，保持在口径上获得相当均匀的振幅分布。再修改主面形状，使得口径上的场依然处处同相。这样副面截获效率和口径效率都会有较大的提高。

然而，普通主模喇叭馈源在低电平上的幅相特性远不是轴对称的，因此限制了口径场沿  $\phi$  方向分布的均匀程度。在六十年代中期出现赋形卡式天线的同时，研制成功了其幅相特性即使在低电平上也具有良好轴对称性的组合模和混合模喇叭。采用这些新型喇叭作馈源的赋形卡式天线的效率大于 0.7。

### 二、赋形的依据

图 1-21 是赋形卡式天线的示意图。喇叭的相心位于副面的实焦点  $O_2$ 。由于修改后的副面偏离了双曲面，唯一的虚焦点已不复存在，因而主面也不应当是抛物面了。不过这种偏离是不大的，在计算赋形卡式的主、副面轮廓线坐标之前，仍可按标准卡式天线设计，求出主、副面的直径和相对位置关系。然后根据所需要的口径场分布，由已知的馈源方向图和天线参数计算赋形的主、副面坐标。图中主面坐标用  $(R, Z)$  表示，原点在口径中心  $O$  点，副面坐标用  $(r_2, \theta_2)$  表示，原点在实焦点  $O_2$ 。

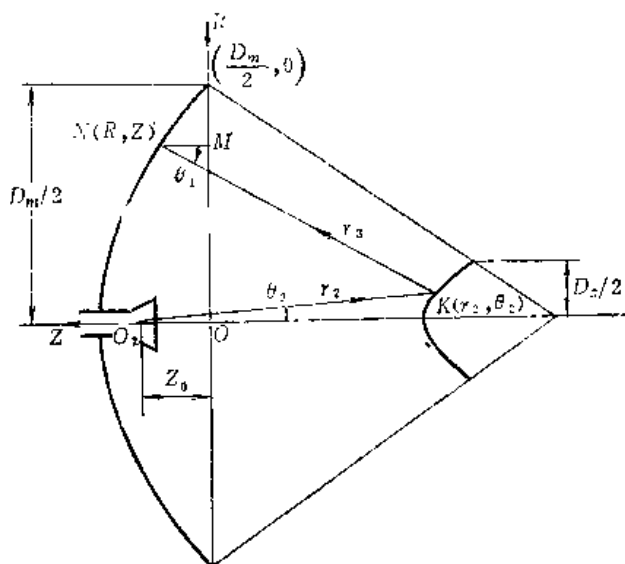


图 1-21 赋形卡式天线

修改后的双反射面应满足下列三个条件：

1. 功率守恒条件——投射到副面和主面的每一根射线管的功率在反射前后保持不变。

设轴对称的喇叭功率方向图为  $f_{\theta_2}^2(\theta_2)$ ，则  $d\theta_2$  立体角内的功率为  $f_{\theta_2}^2(\theta_2)2\pi s \sin\theta_2 d\theta_2$ ，经副面和主面反射后， $d\theta_2$  立体角与口径上  $dR$  宽度的圆环相对应，该圆环内的功率为  $f_r^2(R) \times 2\pi R dR$ ，其中  $f_r^2(R)$  是口径上的功率分布函数，在等幅时为

$$f_r^2(R) = c \quad (1-135)$$

式中  $c$  是常数。由能量守恒律得

$$\int_0^{\theta_2} f_{p,2}^2(\theta_2) \sin\theta_2 d\theta_2 = \int_{D_s/2}^R f_s^2(R) R dR \quad (1-136)$$

上式左边的积分下限是零，右边是  $D_s/2$ ，表示沿  $\theta_2 = 0$  的方向射至副面顶部的射线，经反射后应射向主面  $R = D_s/2$  的点上。这是考虑到在  $R < D_s/2$  的区域内，主面反射的能量将被副面遮挡，因此若使此区域内的能量为零，则使副面遮挡的能量极微，从而提高副面透明效率。又由于副面二次散射能量极微，因而返回馈源喇叭内的很少，改善了喇叭的匹配。

2. 反射条件——在满足主面的反射线与  $Z$  轴平行的前提下，副面和主面形状应使各点射线的入射角等于反射角。为此，对于副面应满足下式：

$$-\frac{dr_2}{r_2 d\theta_2} = \operatorname{tg} \frac{\theta_2 + \theta_1}{2} \quad (1-137)$$

式中  $\theta_1$  为副面的反射线与  $Z$  轴的夹角。对于主面应有

$$\frac{dZ}{dR} = -\operatorname{tg} \frac{\theta_1}{2} \quad (1-138)$$

3. 波程条件——为使口径场保持同相，从实焦点  $O_2$  到主面口径上任意点  $M$  的波程  $L$  应等于常数。从图 1-21 可见， $L = O_2K + KN + NM$ ，用赋形的主、副面坐标表示可得

$$L = r_2 + \frac{R - r_2 \sin\theta_2}{\sin\theta_1} + Z = \text{常数} \quad (1-139)$$

### 三、计算公式

这里，以口径场是均匀分布的为例，利用上述条件具体推导主、副面轮廓线的计算公式。把式(1-135)代入式(1-136)得

$$\int_0^{\theta_2} f_{p,2}^2(\theta_2) \sin\theta_2 d\theta_2 = c \int_{D_s/2}^R R dR \quad (1-140)$$

把上式的积分上限分别改为副、主面的边缘点，则

$$\int_0^{\theta_{2m}} f_{p,2}^2(\theta_2) \sin\theta_2 d\theta_2 = c \int_{D_s/2}^{D_m/2} R dR \quad (1-141)$$

故

$$\frac{\int_0^{\theta_2} f_{p,2}^2(\theta_2) \sin\theta_2 d\theta_2}{\int_0^{\theta_{2m}} f_{p,2}^2(\theta_2) \sin\theta_2 d\theta_2} = \frac{\int_{D_s/2}^R R dR}{\int_{D_s/2}^{D_m/2} R dR} = \frac{R^2 - \left(\frac{D_s}{2}\right)^2}{\left(\frac{D_m}{2}\right)^2 - \left(\frac{D_s}{2}\right)^2}$$

或

$$R^2 = \left[ \left(\frac{D_m}{2}\right)^2 - \left(\frac{D_s}{2}\right)^2 \right] \frac{\int_0^{\theta_2} f_{p,2}^2(\theta_2) \sin\theta_2 d\theta_2}{\int_0^{\theta_{2m}} f_{p,2}^2(\theta_2) \sin\theta_2 d\theta_2} + \left(\frac{D_s}{2}\right)^2 \quad (1-142)$$

上式也可表示为微分方程形式

$$\frac{d\theta_2}{dR} = \frac{BR}{f_{p,2}^2(\theta_2)\sin\theta_2} \quad (1-143)$$

式中  $B$  是一个定值, 且

$$B = \frac{2 \int_0^{\theta_{2m}} f_{p,2}^2(\theta_2)\sin\theta_2 d\theta_2}{\left(\frac{D_m}{2}\right)^2 - \left(\frac{D_s}{2}\right)^2} \quad (1-144)$$

由于  $f_{p,2}(\theta_2)$ 、 $D_m$ 、 $D_s$  和  $\theta_{2m}$  均为已知值, 解方程式 (1-143) 即得  $\theta_2(R)$ 。初始条件是  $R = D_s/2$  时,  $\theta_2 = 0$ 。

由图 1-21 可见

$$\operatorname{tg}\theta_1 = \frac{R - r_2 \sin\theta_2}{Z + r_2 \cos\theta_2 - Z_0} \quad (1-145)$$

式中  $Z_0$  是从实焦点  $O_2$  到口径中心点  $O$  之间的距离。把式 (1-139) 代入上式消去  $Z$  得

$$\operatorname{tg}\theta_1 = \frac{R - r_2 \sin\theta_2}{L - r_2 - \frac{R - r_2 \sin\theta_2}{\sin\theta_1} + r_2 \cos\theta_2 - Z_0} \quad (1-146)$$

波程  $L$  可由图 1-22 中喇叭馈源对副面边缘的入射线  $r_{2m}$  和反射线  $r_{3m}$  之和求出, 故

$$L = \frac{D_s}{2 \sin\theta_{2m}} + \frac{D_m - D_s}{2 \sin\theta_{1m}} \quad (1-147)$$

式中  $\theta_{1m}$  是原抛物面的半张角。同样, 由图 1-22 可得

$$Z_0 = \frac{D_s}{2} \operatorname{ctg}\theta_{2m} - \left(\frac{D_m}{2} - \frac{D_s}{2}\right) \operatorname{ctg}\theta_{1m} \quad (1-148)$$

当  $D_m$ 、 $D_s$ 、 $\theta_{2m}$  和  $\theta_{1m}$  给定时,  $L$  和  $Z_0$  均为定值。

在式 (1-146) 中逐个代入主面坐标  $R$  及其对应的  $\theta_2(R)$  的值, 即可计算出副面坐标  $\theta_1(r_2, R)$ 。

为了求出  $r_2$  随  $R$  的变化关系, 把式 (1-137) 改写为

$$\frac{dr_2}{dR} = r_2 \frac{d\theta_2}{dR} \operatorname{tg} \frac{\theta_2 + \theta_1}{2} \quad (1-149)$$

把  $\theta_2(R)$  和  $\theta_1(r_1, R)$  代入上式, 可求得  $r_2(R)$ 。

最后, 由式 (1-138) 和  $\theta_1(r_2, R)$ 、 $r_2(R)$  即可求得  $Z(R)$ 。

上述计算是利用主、副面的边缘参数  $D_m$ 、 $D_s$ 、 $\theta_{2m}$  和  $\theta_{1m}$  作为起始数据, 所以应从反射面边缘算起, 逐点求出主面坐标  $(R, Z)$  和副面坐标  $(r_2, \theta_2)$ 。计算的步骤是: 以  $R$  为自变量, 先由式 (1-143) 求出  $\theta_2(R)$ ; 然后通过式 (1-146) 计算  $\theta_1(r_2, R)$ , 相继由式 (1-149) 和式 (1-138) 求出  $r_2(R)$  和  $Z(R)$ 。电子计算机给出的数据表是: 对应于每一个  $R$  值输出一组  $\theta_2$ 、 $r_2$  和  $Z$  值。计算中由式 (1-144) 给出的常数  $B$  的精度很重要。第一次计算时, 可能算到  $R = D_s/2$  时并不与  $\theta_2 = 0$  相对应, 这时需要适当调整参数, 继续重复计算。

这种赋形是建立在几何光学原理上的, 因此当副面直径波长比越大时, 赋形的效果越好。

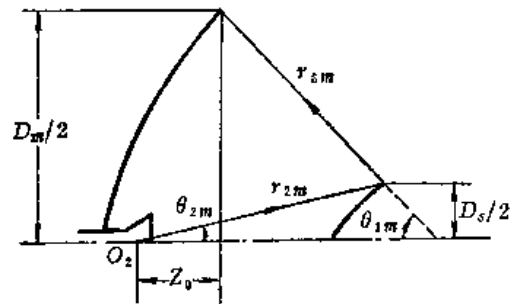


图 1-22 计算  $L$  和  $Z_0$  用图

#### 四、主面的直径波长比不大时的赋形

分析表明，修改后的副面主要是引入平方律相差。如果测出喇叭-赋形副面的散射方向图的相心，把该相心置于抛物面的焦点，将产生轴向散焦。当主面的直径波长比不大时，只要把喇叭-副面系统沿轴向移动，就能基本上加以消除。因此当主面的直径波长比较小时，只需要修改副面，而主面可以用一个焦距缩短的抛物面去逼近。

修改副面的设计比较简单。由图 1-23 并根据能量守恒定律有

$$\int_0^{\theta_2} f_{p2}^2(\theta_2) \sin\theta_2 d\theta_2 = \int_{\theta_s}^{\theta_1} f_s^2(\theta_1) \sin\theta_1 d\theta_1 \quad (1-150)$$

上式右边的积分下限取  $\theta_s$ ，同样是考虑到副面遮挡的缘故。当  $f_s(\theta_1)$  等于常数时，类似于式(1-142)有

$$\begin{aligned} & \cos\theta_s - \cos\theta_1 \\ &= (\cos\theta_s - \cos\theta_{1,m}) \frac{\int_0^{\theta_2} f_{p2}^2(\theta_2) \sin\theta_2 d\theta_2}{\int_0^{\theta_{2,m}} f_{p2}^2(\theta_2) \sin\theta_2 d\theta_2} \end{aligned} \quad (1-151)$$

把式(1-137)和式(1-151)联立并用电子计算机进行数值计算，消去  $\theta_1$  即得副面轮廓线坐标 ( $r_2$ ,  $\theta_2$ ) 的数据。

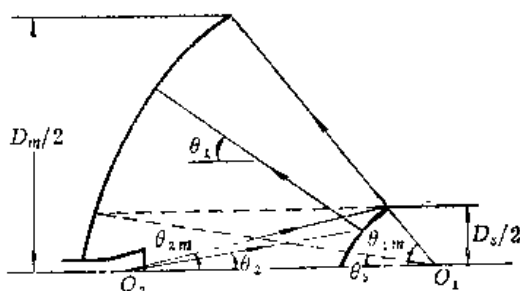


图 1-23 仅修改副面用图

### § 1.11 其它类型的双反射面天线

双反射面天线的种类很多，这里选择其中的几种作简略的定性介绍，主要目的在于开阔思路，并为论证选择天线方案和改进现有设备提供某些方向。

#### 一、副面的形状

若以虚焦点  $O_1$  为极点，则构成副面的二次曲线的极坐标方程为

$$r_1 = \frac{F_s(1+e)}{1+e\cos\theta_1} \quad (1-152)$$

式中  $\theta_1$  为极角； $r_1$  为矢径。给定双曲面焦距  $F_s$ ，随着离心率  $e$  的大小的变化，曲线的形状随之变化，使副面具有多种型式。

当  $e=0$ ， $r_1=F_s$  时，曲线是圆，副面为圆球面；

当  $e=1$ ， $r_1=2F_s/(1+\cos\theta_1)$  时，曲线是抛物线，副面为抛物面；

当  $0 < e < 1$  时，曲线是椭圆，副面为椭球面；

当  $1 < e < \infty$  时，曲线是双曲线，副面为双曲面；

当  $e=\infty$ ， $r_1=F_s \sec\theta_1$  时，曲线退化为在顶点与  $F_s$  垂直的直线，副面为平面。

#### 二、近场卡式天线

用抛物面作为副面是卡式天线的一种特例，构成这种天线的主面和副面共焦于  $O_1$  点，

如图 1-24 所示。因为从抛物线到焦点和准线的距离相等，到准线的垂线互相平行，这相当于把副面的实焦点移至无穷远，故应用平面波照射副面。能产生平面波的喇叭-抛物面馈源有如下特点：由于副面的  $e = 1$ ，因面式 (1-26) 的  $\mu = 1$ ，使式 (1-49) 的  $v(\theta_1) = 1$ ，故主面口径场分布与馈源口径场分布相同，而与主面张角的大小无关，即使工作在短焦距，也同样能获得较高的口径效率；其次是采用平面波照射，漏过副面的功率要比标准卡式天线的小；再就是喇叭-抛物面馈源具有宽频带特性。这种天线称为近场卡式天线，它的主要缺点是馈源系统的结构尺寸比较大。

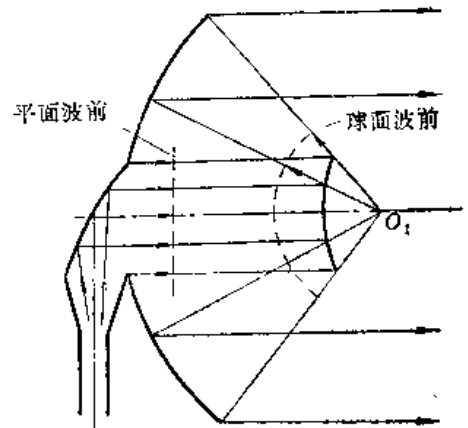


图 1-24 近场卡式天线

### 三、变态卡式天线

当  $e = \infty$  时，副面变成与虚、实焦点等距离的圆形平面，如图 1-25 所示。这种变态卡式天线的副面直径可以稍大于主面，以便兼作天线罩把主面和馈源封闭起来，并采用极化旋转结构，使得从喇叭投射到副面的电场能够反射到主面，而经主面反射后的极化旋转了  $90^\circ$ ，得以穿过圆形平面向前方辐射。

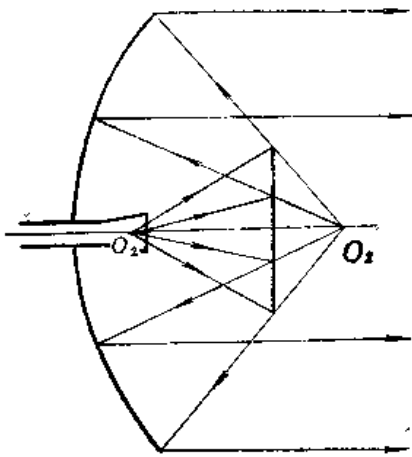


图 1-25 变态卡式天线

### 四、标准格里高利天线

表示在图 1-26 中用椭球面作为副面的双反射面天线称为标准格里高利天线。其位于实焦点  $O_2$  的馈源对椭球面的入射线，经反射后都将通过虚焦点  $O_1$  投射到主面。由于从两个焦点到椭球上任一点的距离之和等于常数，可知从  $O_2$  点发出的球面波到达主面口径的射线距离都相等，口径上呈现同相场。

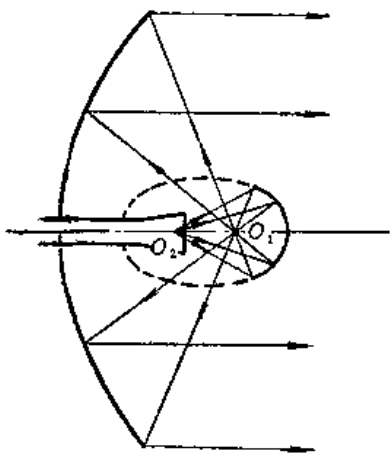


图 1-26 标准格式天线

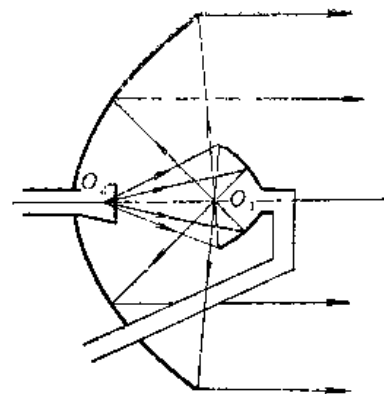


图 1-27 工作于双波段的格式天线

卡式天线的主面既可以是浅抛物面(长焦距)，也可以是深抛物面(短焦距)；而格式天线只能用浅抛物面作为主面。因为采用深抛物面将使椭球面的一部分进入主面口径之内，这时

从椭球面边缘部分反射的射线，要受到对面椭球面的遮挡，相互遮挡的结果使主面靠近边缘的部分没有获得利用，故格式天线的张角至多不能超过 $180^\circ$ 。当主面焦距相同时，格式天线的纵向尺寸显然要比卡式天线的大。

格式天线的特点是在两个焦点上都可安装馈源，亦即在同一副天线上安装后馈与前馈的两个馈源，因而适用于双波段工作。例如在频率高端，用后馈的喇叭照射；在频率低端，用前馈的喇叭直接照射主面，并且在高频端用作副面的椭球面，这时兼作前馈喇叭的一部分，如图1-27所示。

### 五、开放卡式天线（偏置天线）

无论是卡式或格式天线，都可以形成不对称的开放型结构，图1-28是开放卡式天线，它的焦轴通过反射面边缘或在边缘之外。

这种天线基本上消除了剖面对口径的遮挡效应，也减小了支杆的遮挡；缺点是结构不对称使得交叉极化分量增大，并且天线方向图也不对称。近年来，几种精心设计的多反射面结构可以解决这个问题。

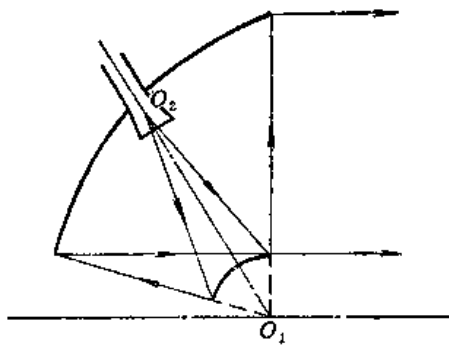


图 1-28 开放卡式天线

### 六、主面焦轴移位的格式天线

主面焦轴移位的双反射面天线是对称的开放型结构。图1-29是在顶点  $A$  把抛物线分割成两半后，上半段抛物线相对原对称轴垂直上移，使其焦轴  $AO_1$  与对称轴相距  $D_s/2$ ，抛物线边缘点  $Q$  与焦点  $O_1$  的连线与对称轴相交于  $T$  点，馈源相心仍位于对称轴上的原实焦点  $O_2$ ；以  $O_2$ 、 $O_1$  为焦点的一段椭圆母线的下端也交于对称轴的  $T$  点，上端到焦轴为止，即副面半径仍等于  $D_s/2$ 。把上图沿对称轴旋转  $180^\circ$ ，就构成了主面焦轴移位的格式天线。

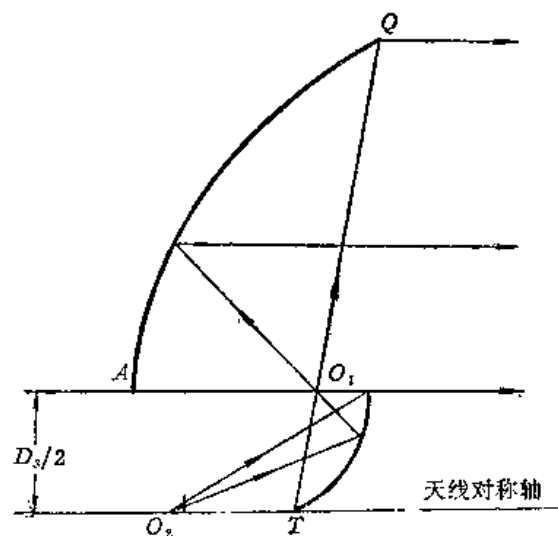


图 1-29 焦轴移位的格式天线

焦轴移位的格式天线口径场的相位分布和标准格式天线的一样，但振幅分布比后者均匀。因为馈源在中央方向附近其能流密度最大的那部分功率经副面反射后，照射到主面边缘附近的较大的面积上，而靠近照射角边缘其能流密度较小的那部分馈源功率，则照射到主面中央较小的面积上。对准主面边缘的反射线是由副面在  $T$  点的尖顶发出的，尖顶的面积趋于零，从而使反射的功率也趋于零，故口径比较均匀的振幅分布在边缘将急剧下降。这种天线基本上消除了副面和馈源对口径的遮挡；并且除了副面尖顶和边缘的绕射场以外，副面的反射场不会照到喇叭口径，因而也基本上消除了副面对馈源的反作用，改善了对馈线的匹配。

对称的开放型结构的副面也可以用双曲面或抛物面。采用抛物面作副面时要改用平面波照射。

### 七、介质导双反射面天线

加介质导的双反射面天线在国外用得比较多，介质导结构通常置于喇叭和副面之间，如图1-30所示。介质材料常采用低损耗的泡沫塑料聚苯乙烯，它的损耗角正切  $\text{tg}\delta \leq 5 \times 10^{-4}$ ，相对介电常数  $\epsilon_r = 1.08 \sim 1.5$ 。

由电磁场理论，从光密媒质传向光疏媒质的电磁波，在两种媒质交界面的入射角大于临界角  $\varphi_{CR}$  时，将发生全反射现象。在介质导天线中，光疏媒质是空气，其临界角  $\varphi_{CR} = \arcsin(1/\sqrt{\epsilon_r})$ ， $\epsilon_r$  是光密媒质——介质的相对介电常数。

设馈源的相心在  $O_2$  点，以  $O_2A$ （馈源主瓣的零点方向）和  $O_2C$ （馈源对副面的照射角方向）为母线的两圆锥之间的馈源辐射能量，在不加介质导时将从副面边缘漏泄。加上介质引导结构，并使  $O_2A$  的入射角等于  $\varphi_{CR}$ ， $\angle AO_2C$  内其它方向如  $O_2B$  的入射角大于  $\varphi_{CR}$ ，则能量被全部反射至副面，经副面反射后以小于  $\varphi_{CR}$  的入射角投射到交界面，就能穿过介质照射到主面。显然， $\angle AO_2C = \pi/2 - \varphi_{CR} - \gamma$ ， $\gamma$

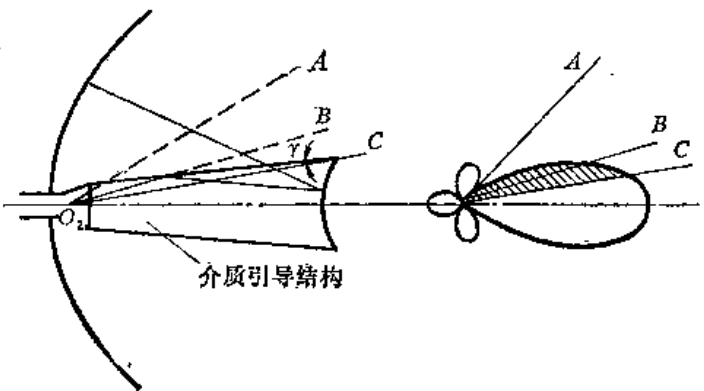


图 1-30 介质导双反射面天线

为射线  $CO_2$  与交界面的夹角。再对副面的形状作适当修改就可使主面获得接近均匀同相的场分布。

介质导双反射面天线的主要优点是副面截获效率和口径效率高，并且副面由介质导支撑，消除了支杆遮挡损失。介质导双反射面天线的效率可高达0.8。介质的引导作用可使副面直径减小，当  $D_s = 3.7\lambda$  时，测出的效率仍有0.65~0.7。主面直径也可相应缩小，即使只有  $10\lambda$  也能构成双反射面天线。加介质导后的天线工作频带基本上不受影响。功率容量则取决于介质材料，据报导，国外工作在5.6GHz的介质导能承受峰值功率  $3 \times 10^8 \text{ kW}$ ，平均功率4kW的考验而无发热或损坏。介质导引起的损耗只在0.1dB以下，产生的噪声温度不超过7K，这比不加介质时由湿能引起的噪声温度要低。

介质导双反射面天线的关键在于介质材料的性能。它的结构是比较简单的，可以在原有天线设备的基础上加以改装。加介质导改装后的天线在效率上的得益，相当于使原有天线的主面直径增大了(15~20)%。

### 八、副面带法兰圈的卡式天线

图1-31是副面带法兰圈的卡式天线。法兰圈使副面直径增大，减小副面边缘的泄漏功率；同时，法兰圈把这部分功率投到主面内缘，它和副面的反射场相迭加，使口径场分布比较均匀。因此，加法兰圈可以提高天线

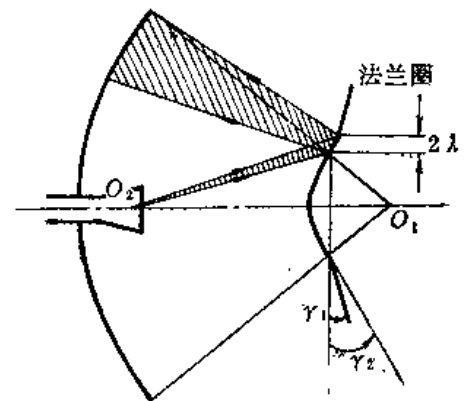


图 1-31 副面带法兰圈的卡式天线

效率,降低噪声温度。法兰圈的倾角  $\gamma_1$  可以选为  $3\gamma_2/4$ ,  $\gamma_2$  是副面边缘的切线倾角, 法兰圈内、外半径之差为  $2\lambda$  量级。加法兰圈后将使天线副瓣电平抬高, 故不宜用于对副瓣电平要求苛刻的场合。

## § 1.12 用绕射理论计算副面的散射场

用几何光学方法导出的等效馈源的方向图与实际的馈源-副面照射系统的方向图相比较, 在主面的张角以外有很大的差别, 这一差别随着副面直径波长比的减小和副面边缘照射电平的增大而愈加显著。

要比较准确地预算卡式天线的效率和噪声温度, 特别是确定用几何光学无法求得的绕射损失时, 必须用绕射理论计算出副面的散射场, 或用实验方法测出馈源-副面系统的方向图, 并以此作为等效馈源的场或方向图。但是, 上述计算和实测都必须在天线的各几何参数确定之后才能进行。因此, 天线的设计通常总是先用几何光学方法选择并计算主、副面和喇叭的尺寸及位置, 在需要时再根据绕射理论用电子计算机作进一步的校核, 视其结果对某些参数作必要的调整, 以使设计达到最佳。

### 一、副面散射场的计算

本节通过对副面表面感应电流分布的积分, 确立副面散射场的计算公式。

参看图1-32。设喇叭馈源的相心位于副面的实焦点  $O_2$ , 其坐标为  $(r_2, \theta_2, \phi_2)$  或  $(x_2, y_2, z_2)$ 。喇叭入射到副面表面任意点  $K$  的电磁场为  $\mathbf{E}_{p2}$  和  $\mathbf{H}_{p2}$ , 对于一般的圆锥喇叭,  $\mathbf{E}_{p2}$  和  $\mathbf{H}_{p2}$  可分别表示为

$$\mathbf{E}_{p2} = (E_{p2E} \cos\phi_2 \hat{\theta}_2 - E_{p2H} \sin\phi_2 \hat{\phi}_2) \frac{e^{-kr_2}}{r_2} \quad (1-153)$$

$$\mathbf{H}_{p2} = \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} (\hat{r}_2 \times \mathbf{E}_{p2}) \quad (1-154)$$

式中  $E_{p2E}$  和  $E_{p2H}$  为  $E$  面和  $H$  面的电场,  $k = 2\pi/\lambda$ ,  $\mu, \epsilon$  为传播媒质的导磁率和介电常数;  $\hat{\theta}_2, \hat{\phi}_2$  和  $\hat{r}_2$  为  $\theta_2, \phi_2$  和  $r_2$  方向的单位矢量。

把式 (1-153) 代入式 (1-154) 得

$$\mathbf{H}_{p2} = \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} (E_{p2E} \cos\phi_2 \hat{\phi}_2 + E_{p2H} \sin\phi_2 \hat{\theta}_2) \frac{e^{-jkr_2}}{r_2} \quad (1-155)$$

且

$$\hat{\phi}_2 = -\sin\phi_2 \hat{x}_2 + \cos\phi_2 \hat{y}_2 \quad (1-156)$$

$$\hat{\theta}_2 = \cos\theta_2 \cos\phi_2 \hat{x}_2 + \cos\theta_2 \sin\phi_2 \hat{y}_2 - \sin\theta_2 \hat{z}_2 \quad (1-157)$$

式中  $\hat{x}_2, \hat{y}_2$  和  $\hat{z}_2$  是  $x_2, y_2$  和  $z_2$  方向的单位矢量。

设计算副面散射场时的坐标原点位于虚焦点  $O_1$ , 主面上任一考察点  $N$  的坐标为  $(r', \theta', \phi')$  和  $(x_1, y_1, z_1)$ , 这点的副面散射场场强为  $\mathbf{E}_p$ ,  $\mathbf{E}_p$  的两个分量为  $\mathbf{E}_{p\theta'}$  和  $\mathbf{E}_{p\phi'}$ ,



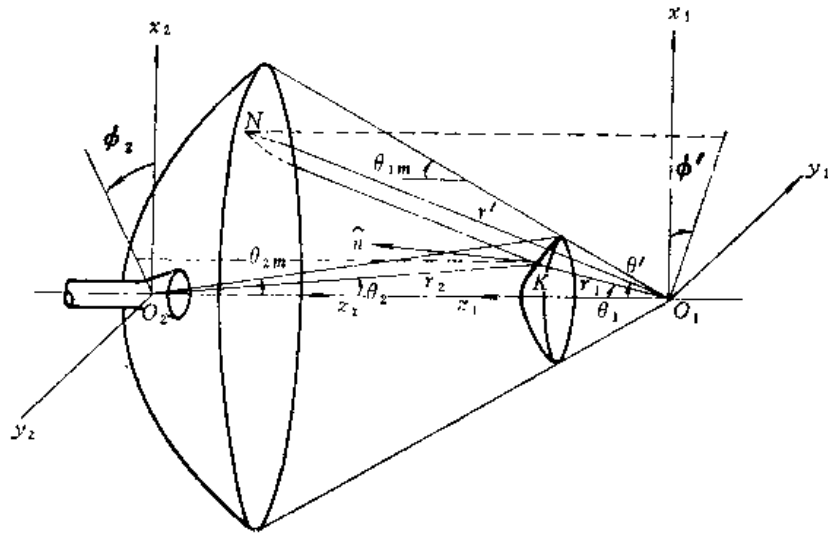


图 1-32 副面散射场的计算

即

$$\mathbf{E}_p = E_{p\theta'} \hat{\theta}' + E_{p\phi'} \hat{\phi}' \quad (1-158)$$

$$\left\{ \begin{aligned} E_{p\theta'} &= -j \frac{\omega\mu}{2\pi r'} e^{-jk r'} \int_S (\hat{n} \times \mathbf{H}_{p2}) \cdot \hat{\theta}' e^{jk(\mathbf{r}_1 \cdot \hat{r}')} dS \end{aligned} \right. \quad (1-159)$$

$$\left\{ \begin{aligned} E_{p\phi'} &= -j \frac{\omega\mu}{2\pi r'} e^{-jk r'} \int_S (\hat{n} \mathbf{H}_{p2}) \cdot \hat{\phi}' e^{jk(\mathbf{r}_1 \cdot \hat{r}')} dS \end{aligned} \right. \quad (1-160)$$

上式的积分是对双曲面的表面进行的。式中： $\omega = 2\pi f$ ， $f$ 是工作频率； $\mathbf{r}_1$ 为 $O_1$ 点至 $K$ 点的矢径， $K$ 点的坐标为 $(r_1, \theta_1, \phi_1)$ ； $\hat{\theta}'$ 、 $\hat{\phi}'$ 、 $\hat{r}'$ 为 $\theta'$ 、 $\phi'$ 、 $r'$ 方向的单位矢量； $\hat{n}$ 为双曲面表面 $K$ 点的单位矢量。

现在根据图1-32写出单位矢量的关系式：

$$\begin{aligned} \hat{r}' &= \sin\theta' \cos\phi' \hat{x}_1 + \sin\theta' \sin\phi' \hat{y}_1 + \cos\theta' \hat{z}_1 \\ &= \sin\theta' \cos\phi' \hat{x}_2 - \sin\theta' \sin\phi' \hat{y}_2 - \cos\theta' \hat{z}_2 \end{aligned} \quad (1-161)$$

$$\hat{\theta}' = \cos\theta' \cos\phi' \hat{x}_2 - \cos\theta' \sin\phi' \hat{y}_2 + \sin\theta' \hat{z}_2 \quad (1-162)$$

$$\hat{\phi}' = -\sin\phi' \hat{x}_2 - \cos\phi' \hat{y}_2 \quad (1-163)$$

$$\hat{n} = \sin\left(\frac{\theta_2 + \theta_1}{2} - \theta_2\right) \cos\phi_2 \hat{x}_2 + \sin\left(\frac{\theta_2 + \theta_1}{2} - \theta_2\right) \sin\phi_2 \hat{y}_2$$

$$- \cos\left(\frac{\theta_2 + \theta_1}{2} - \theta_2\right) \hat{z}_2$$

$$= \cos \frac{\theta_2 + \theta_1}{2} \left[ \left( \text{tg} \frac{\theta_2 + \theta_1}{2} \cos\theta_2 - \sin\theta_2 \right) \times \left( \cos\phi_2 \hat{x}_2 + \sin\phi_2 \hat{y}_2 \right) \right.$$

$$\left. - \left( \cos\theta_2 + \text{tg} \frac{\theta_2 + \theta_1}{2} \sin\theta_2 \right) \hat{z}_2 \right]$$

式中 $\theta_1$ 是矢径 $r_1$ 与坐标 $z_1$ 之间的夹角。把上式改写为

$$\hat{n} = \frac{a_1}{a_0} (\cos\phi_2 \hat{x}_2 + \sin\phi_2 \hat{y}_2) + \frac{a_2}{a_0} \hat{z}_2 \quad (1-164)$$

其中

$$\begin{aligned} a_1 &= \operatorname{tg} \frac{\theta_2 + \theta_1}{2} \cos \theta_2 - \sin \theta_2 \\ a_2 &= -\cos \theta_2 - \operatorname{tg} \frac{\theta_2 + \theta_1}{2} \sin \theta_2 \\ a_0 &= \frac{1}{\cos \frac{\theta_2 + \theta_1}{2}} = \sqrt{a_1^2 + a_2^2} \end{aligned} \quad (1-165)$$

双曲面的面元  $dS$  为:

$$dS = \frac{r_2^2 \sin \theta_2 d\theta_2 d\phi_2}{\cos \frac{\theta_2 + \theta_1}{2}} = a_0 r_2^2 \sin \theta_2 d\theta_2 d\phi_2 \quad (1-166)$$

矢径  $\mathbf{r}_1$  可以表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_1 &= r_2 \sin \theta_2 (\cos \phi_2 \hat{x}_2 + \sin \phi_2 \hat{y}_2) \\ &\quad + (r_2 \cos \theta_2 - 2c) \hat{z}_2 \end{aligned} \quad (1-167)$$

式中  $2c$  是  $O_2$  点与  $O_1$  点之间的距离。由式 (1-161) 和 (1-167) 得

$$k(\mathbf{r}_1 \cdot \hat{\mathbf{r}}') = a \cos(\phi_2 + \phi') + \beta \quad (1-168)$$

其中

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= k r_2 \sin \theta_2 \sin \phi' \\ \beta &= k(2c - r_2 \cos \theta_2) \cos \phi' \end{aligned} \right\} \quad (1-169)$$

式 (1-159) 和 (1-160) 中的  $\mathbf{H}_{P_2}$  用式 (1-155) 代入, 则被积式中包含叉乘、点乘的因子可表示为

$$\begin{aligned} (\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{H}_{P_2}) \cdot \hat{\theta}' &= \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} [E_{P_2E} \cos \phi_2 (\hat{\mathbf{n}} \times \hat{\phi}_2) \cdot \hat{\theta}' \\ &\quad + E_{P_2H} \sin \phi_2 (\hat{\mathbf{n}} \times \hat{\theta}_2) \cdot \hat{\theta}'] \cdot \frac{e^{-jk r_2}}{r_2} \end{aligned} \quad (1-170)$$

$$\begin{aligned} (\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{H}_{P_2}) \cdot \hat{\phi}' &= \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} [E_{P_2E} \cos \phi_2 (\hat{\mathbf{n}} \times \hat{\phi}_2) \cdot \hat{\phi}' \\ &\quad + E_{P_2H} \sin \phi_2 (\hat{\mathbf{n}} \times \hat{\theta}_2) \cdot \hat{\phi}'] \cdot \frac{e^{-jk r_2}}{r_2} \end{aligned} \quad (1-171)$$

由式(1-164)和式(1-156)、(1-157)得

$$\hat{\mathbf{n}} \times \hat{\phi}_2 = \frac{a_1}{a_0} \hat{z}_2 - \frac{a_2}{a_0} \sin \phi_2 \hat{y}_2 - \frac{a_2}{a_0} \cos \phi_2 \hat{x}_2 \quad (1-172)$$

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{n}} \times \hat{\theta}_2 &= \frac{a_1}{a_0} \cos \phi_2 \sin \theta_2 \hat{y}_2 - \frac{a_1}{a_0} \sin \phi_2 \sin \theta_2 \hat{x}_2 \\ &\quad + \frac{a_2}{a_0} \cos \theta_2 \cos \phi_2 \hat{y}_2 - \frac{a_2}{a_0} \cos \theta_2 \sin \phi_2 \hat{x}_2 \end{aligned} \quad (1-173)$$

上述两式分别与式(1-162)、(1-163)点乘得

$$\begin{aligned}
 (\hat{n} \times \hat{\phi}_2) \cdot \hat{\theta}' &= \frac{a_1}{a_0} \sin\theta' + \frac{a_2}{a_0} \sin\phi_2 \cos\theta' \sin\phi' \\
 &\quad - \frac{a_2}{a_0} \cos\phi_2 \cos\theta' \cos\phi' \quad (1-174)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (\hat{n} \times \hat{\theta}_2) \cdot \hat{\theta}' &= -\frac{a_1}{a_0} \cos\phi_2 \sin\theta_2 \cos\theta' \sin\phi' - \frac{a_1}{a_0} \sin\phi_2 \sin\theta_2 \cos\theta' \cos\phi' \\
 &\quad - \frac{a_2}{a_0} \cos\theta_2 \cos\phi_2 \cos\theta' \sin\phi' \\
 &\quad - \frac{a_2}{a_0} \cos\theta_2 \sin\phi_2 \cos\theta' \cos\phi' \quad (1-175)
 \end{aligned}$$

$$(\hat{n} \times \hat{\phi}_2) \cdot \hat{\phi}' = \frac{a_2}{a_0} \sin\phi_2 \cos\phi' + \frac{a_2}{a_0} \cos\phi_2 \sin\phi' \quad (1-176)$$

$$\begin{aligned}
 (\hat{n} \times \hat{\theta}_2) \cdot \hat{\phi}' &= -\frac{a_1}{a_0} \cos\phi_2 \sin\theta_2 \cos\phi' + \frac{a_2}{a_0} \sin\phi_2 \sin\theta_2 \sin\phi' \\
 &\quad - \frac{a_2}{a_0} \cos\theta_2 \cos\phi_2 \cos\phi' + \frac{a_2}{a_0} \cos\theta_2 \sin\phi_2 \sin\phi' \quad (1-177)
 \end{aligned}$$

把式(1-174)、(1-175)代入式(1-170)得

$$\begin{aligned}
 (\hat{n} \times \mathbf{H}_{P_2}) \cdot \hat{\theta}' &= \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \frac{1}{a_0} \left[ E_{P_2E} a_1 \cos\phi_2 \sin\theta' - \frac{a_2 E_{P_2E} - E_{P_2H}}{2} \cos\theta' \cos\phi' \right. \\
 &\quad \left. - \frac{a_2 E_{P_2E} + E_{P_2H}}{2} \cos\theta' \cos(2\phi_2 + \phi') \right] \times \frac{e^{-jkr_2}}{r_2} \quad (1-178)
 \end{aligned}$$

把式(1-176)、(1-177)代入式(1-171)得

$$\begin{aligned}
 (\hat{n} \times \mathbf{H}_{P_2}) \cdot \hat{\phi}' &= \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \frac{1}{2a_0} \left[ (a_2 E_{P_2E} + E_{P_2H}) \sin(2\phi_2 + \phi') \right. \\
 &\quad \left. + (a_2 E_{P_2E} - E_{P_2H}) \sin\phi' \right] \frac{e^{-jkr_2}}{r_2} \quad (1-179)
 \end{aligned}$$

在上述两式的推导中代入了  $a_1 \sin\theta_2 + a_2 \cos\theta_2 = -1$  [见式(1-165)]。

在式(1-159)和(1-160)中分别代入式(1-178)和(1-179)，并利用式(1-166)、(1-168)和(1-169)得

$$\begin{aligned}
 E_{P\theta}' &= -j \frac{\omega \sqrt{\mu \epsilon}}{2\pi r'} e^{-jkr'} \int_0^{2\pi} \int_0^{\theta_{2m}} [a_1 E_{P_2E} \cos\phi_2 \sin\theta' \\
 &\quad - \frac{a_2 E_{P_2E} - E_{P_2H}}{2} \cos\theta' \cos\phi' - \frac{a_2 E_{P_2E} + E_{P_2H}}{2} \\
 &\quad \times \cos\theta' \cos(2\phi_2 + \phi')] e^{j[\alpha \cos(\phi_2 + \phi') + \beta - \epsilon r_2]} \times r_2 \sin\theta_2 d\theta_2 d\phi_2 \quad (1-180)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 E_{P\phi}' &= -j \frac{\omega \sqrt{\mu \epsilon}}{2\pi r'} e^{-jkr'} \int_0^{2\pi} \int_0^{\theta_{2m}} \frac{1}{2} [(a_2 E_{P_2E} + E_{P_2H}) \\
 &\quad \times \sin(2\phi_2 + \phi') + (a_2 E_{P_2E} - E_{P_2H}) \sin\phi'] \\
 &\quad \times e^{j[\alpha \cos(\phi_2 + \phi') + \beta - \epsilon r_2]} r_2 \sin\theta_2 d\theta_2 d\phi_2 \quad (1-181)
 \end{aligned}$$

式中  $\theta_{2m}$  是喇叭对副面的照射角。

下面求对  $\phi_2$  的积分。由积分公式

$$\int_0^{2\pi} \cos(m\phi) e^{j\psi \cos(\phi-\phi')} d\phi = j^m 2\pi \cos(m\Phi) J_m(\Psi) \quad (1-182)$$

$$\int_0^{2\pi} \sin(m\phi) e^{j\psi \cos(\phi-\phi')} d\phi = j^m 2\pi \sin(m\Phi) J_m(\Psi) \quad (1-183)$$

可得下列等式:

$$\int_0^{2\pi} e^{j\alpha \cos(\phi_2+\phi')} d\phi_2 = 2\pi J_0(\alpha) \quad (1-184)$$

$$\int_0^{2\pi} e^{j\alpha \cos(\phi_2+\phi')} \cos\phi_2 d\phi_2 = j2\pi \cos\phi' J_1(\alpha) \quad (1-185)$$

$$\int_0^{2\pi} e^{j\alpha \cos(\phi_2+\phi')} \cos(2\phi_2+\phi') d\phi_2 = -2\pi \cos\phi' J_2(\alpha) \quad (1-186)$$

$$\int_0^{2\pi} e^{j\alpha \cos(\phi_2+\phi')} \sin(2\phi_2+\phi') d\phi_2 = 2\pi \sin\phi' J_2(\alpha) \quad (1-187)$$

应用上述四式, 并设天线置于自由空间,  $\omega\sqrt{\mu\epsilon} = 2\pi/\lambda$ , 则式(1-180)、(1-181)变为

$$E_{r\theta'} = -j \frac{\pi}{\lambda r'} e^{-jk_1 r'} \int_0^{\theta_{2m}} [ja_1 b_1 E_{p_{2E}} \sin\theta' \cos\phi' - (a_2 b_2 E_{p_{2E}} - b_3 E_{p_{2H}}) \cos\theta' \cos\phi'] e^{j(\beta-k_1 r_2)} r_2 \sin\theta_2 d\theta_2 \quad (1-188)$$

$$E_{r\phi'} = -j \frac{\pi}{\lambda r'} e^{-jk_1 r'} \int_0^{\theta_{2m}} (a_2 b_3 E_{p_{2E}} - b_2 E_{p_{2H}}) \sin\phi' \times e^{j(\beta-k_1 r_2)} r_2 \sin\theta_2 d\theta_2 \quad (1-189)$$

式中

$$\left. \begin{aligned} b_1 &= 2J_1(\alpha) \\ b_2 &= J_0(\alpha) - J_2(\alpha) \\ b_3 &= J_0(\alpha) + J_2(\alpha) \end{aligned} \right\} \quad (1-190)$$

若馈源喇叭的  $E$  面和  $H$  面方向图相等, 且

$$E_{p_{2E}}(\theta_2) = E_{p_{2H}}(\theta_2) = E_{p_{2m}} \cos^n \theta_2 \quad (1-191)$$

双模圆锥喇叭的方向图与上述相近。用此喇叭方向图照射赋形副面(按主面口径场均匀赋形), 当副面直径  $D_s = 20\lambda$ , 照射角  $2\theta_{2m} = 20^\circ$ , 副面边缘照射电平  $S = -15\text{dB}$  (主面直径  $D_m = 200\lambda$ , 张角  $2\theta_{1m} = 2\theta'_m = 180^\circ$ ) 时, 用电子计算机对式(1-188)和式(1-189)进行运算, 可得如图1-33所示的副面散射场的相对功率电平与  $\theta'$  的关系曲线。由于副面边缘的绕射效应, 无论是喇叭-副面系统散射场方向图的形状, 还是主面口径的振幅分布, 都带有振荡的特性, 场的振幅在按几何光学计算的曲线附近波动。在张角范围内, 按几何光学和物理光学两种方法的计算结果是很接近的, 而且和实测曲线相当吻合。问题是在张角以外。图中  $\theta' > 90^\circ$  那部分按绕射方式急剧下降的能量将从主面边缘漏过; 若用几何光学计算, 这部分能量将等于零。

考虑到喇叭存在后向辐射使之有一部分能量是直接照射到主面的, 因此严格地说, 主面上的场  $E_p$  应该是副面散射场和喇叭辐射场的迭加, 此时表示喇叭方向图的坐标应该与表示副面散射场的坐标取得一致, 都用  $(r', \theta', \phi')$  表示。由图1-32看出:  $\theta_2 = 180 - \theta'$ ,  $\phi_2 = -\phi'$ ,  $r_2 = r' - 2c \cos\theta'$ , 于是式(1-153)变为

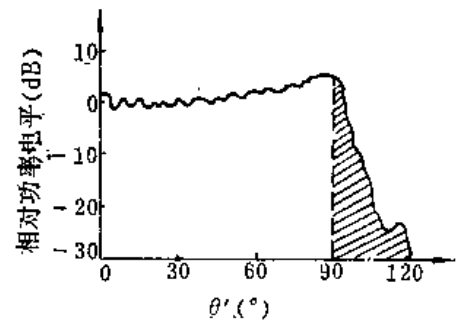


图 1-33 副面散射场的功率方向图

$$\mathbf{E}_{p_2} = -[E_{p_2E} \cos\phi' \hat{\theta}' + E_{p_2U} \sin\phi' \hat{\phi}'] \frac{e^{-jk(r'-2c \cos\theta')}}{r'} \quad (1-192)$$

把式(1-188)和(1-189)分别与上式迭加得

$$\begin{aligned} E_{p\theta}' = & -E_{p_2E} \cos\phi' \frac{e^{-jk(r'-2c \cos\theta')}}{r'} - j \frac{\pi}{\lambda r'} e^{-jkr'} \\ & \times \int_0^{\theta_2} [ja_1 b_1 E_{p_2E} \sin\theta' \cos\phi' - (a_2 b_2 E_{p_2E} - b_3 E_{p_2U}) \\ & \times \cos\theta' \cos\phi'] e^{j(\beta - kr_2)} r_2 \sin\theta_2 d\theta_2 \end{aligned} \quad (1-193)$$

$$\begin{aligned} E_{p\phi}' = & -E_{p_2U} \sin\phi' \frac{e^{-jk(r'-2c \cos\theta')}}{r'} - j \frac{\pi}{\lambda r'} e^{-jkr'} \\ & \times \int_0^{\theta_2} (a_2 b_3 E_{p_2E} - b_2 E_{p_2U}) \sin\phi' e^{j(\beta - kr_2)} \times r_2 \sin\theta_2 d\theta_2 \end{aligned} \quad (1-194)$$

对于标准卡式天线，由式(1-10)得

$$\operatorname{tg} \frac{\theta_1 + \theta_2}{2} = \frac{e \sin\theta_2}{e \cos\theta_1 - 1} \quad (1-195)$$

把上式代入式(1-163)得

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{\sin\theta_2}{e \cos\theta_2 - 1} \\ a_2 &= \frac{\cos\theta_2 - e}{e \cos\theta_2 - 1} \end{aligned} \quad (1-196)$$

再把  $r_2$  也表示为  $\theta_2$  的函数，且

$$r_2 = \frac{F_s(1+e)}{e \cos\theta_2 - 1} \quad (1-197)$$

在式(1-193)和(1-194)中分别代入这些关系得

$$\begin{aligned} E_{p\theta}'(r', \theta', \phi') = & -E_{p_2E} \cos\phi' \frac{e^{-jk(r'-2c \cos\theta')}}{r'} - j \frac{1}{\lambda r'} e^{-jkr'} \\ & \times \int_0^{\theta_2} j \sin\theta_2 2J_1 \left[ k \frac{F_s(1+e)}{e \cos\theta_2 - 1} \sin\theta_2 \sin\theta' \right] \\ & \times E_{p_2E} \sin\theta' \cos\phi' - \left[ (\cos\theta_2 - e) \left\{ J_0 \left[ R \frac{F_s(1+e)}{e \cos\theta_2 - 1} \right. \right. \right. \\ & \times \sin\theta_2 \sin\theta' \left. \left. \left. \right] + J_2 \left[ k \frac{F_s(1+e)}{e \cos\theta_2 - 1} \sin\theta_2 \sin\theta' \right] \right\} \right. \\ & \times E_{p_2E} - (e \cos\theta_2 - 1) \left. \left\{ J_0 \left[ k \frac{F_s(1+e)}{e \cos\theta_2 - 1} \sin\theta_2 \sin\theta' \right] \right. \right. \\ & \left. \left. + J_2 \left[ k \frac{F_s(1+e)}{e \cos\theta_2 - 1} \sin\theta_2 \sin\theta' \right] \right\} E_{p_2U} \right] \\ & \times \cos\theta' \sin\phi' e^{jk \left[ 2c \cos\theta' - \frac{F_s(1+e)}{e \cos\theta_2 - 1} (\cos\theta_2 \cos\theta' + 1) \right]} \\ & \times \frac{F_s(1+e)}{(e \cos\theta_2 - 1)^2} \sin\theta_2 d\theta_2 \end{aligned} \quad (1-198)$$

$$\begin{aligned} E_{p\phi}'(r', \theta', \phi') = & -E_{p_2U} \sin\phi' \frac{e^{-jk(r'-2c \cos\theta')}}{r'} - j \frac{\pi}{\lambda r'} e^{-jkr'} \\ & \times \int_0^{\theta_2} [(\cos\theta_2 - e) \left\{ J_0 \left[ k \frac{F_s(1+e)}{e \cos\theta_2 - 1} \sin\theta_2 \sin\theta' \right. \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + J_2 \left[ k \frac{F_s(1+e)}{e \cos \theta_2 - 1} \sin \theta_2 \sin \theta' \right] \left. \right\} E_{p_2 r} - (e \cos \theta_2 - 1) \\
& \times \left\{ J_0 \left[ k \frac{F_s(1+e)}{e \cos \theta_2 - 1} \sin \theta_2 \sin \theta' \right] - J_2 \left[ k \frac{F_s(1+e)}{e \cos \theta_2 - 1} \right. \right. \\
& \times \left. \left. \sin \theta_2 \sin \theta' \right] \right\} E_{p_2 \theta} \sin \phi' \\
& \times e^{j k \left[ z e \cos \theta' - \frac{F_s(1+e)}{e \cos \theta_2 - 1} (\cos \theta_2 \cos \theta' + 1) \right]} \\
& \times \frac{F_s(1+e)}{(e \cos \theta_2 - 1)^2} \sin \theta_2 d\theta_2 \quad (1-199)
\end{aligned}$$

## 二、计算曲线

设馈源为传输  $TE_{11}$  模的圆锥喇叭，它的  $E$  面和  $H$  面的平均场强可用下式表示：

$$E_{p_2}(\theta_2) = E_m \left[ 1 - 0.435 \left( \frac{D_h}{\lambda} \right)^2 \sin^2 \theta_2 \right]^2 \quad (1-200)$$

式中  $D_h/\lambda$  是喇叭口径直径波长比。把上式和附注在各图中的参数代入相应的公式，根据电子计算机的计算结果即可绘出下列曲线。

图 1-34 是绕射效率  $\eta_{sm}$  与  $\lambda/D_s$  的关系曲线。由图可见，当副面边缘照射电平  $S$  一定时，副面直径波长比  $D_s/\lambda$  越小，绕射效率  $\eta_{sm}$  越低，绕射损失越大。

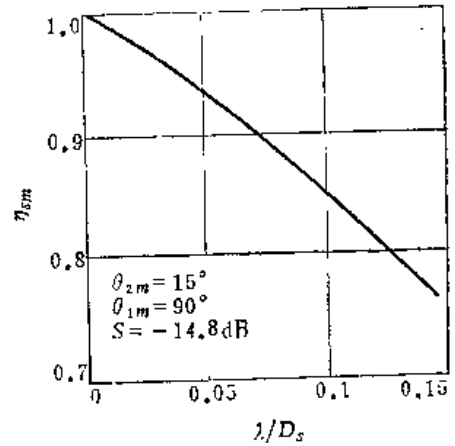


图 1-34  $\eta_{sm}$  随  $\lambda/D_s$  的变化曲线

图 1-35 和 1-36 分别为  $\eta'$  和  $\eta'/T_n$  与遮挡比  $D_s/D_m$  的关系曲线，其中  $\eta' = \eta_{ss} \eta_{sm} \eta_a \eta_b$ ， $T_n$  为天线仰面朝天时的噪声温度。这两组曲线的共同特点是：当工作频率和副面边缘照射电平一定时，主面直径越大，最佳遮挡比的值就越大，而且曲线在最佳值附近变化比较缓慢，所以最佳值的数据并不是十分严格的；其次是主面直径增大，无论是  $\eta'$  或者  $\eta'/T_n$  的值都有所提高，这主要是副面遮挡损失减小引起的。

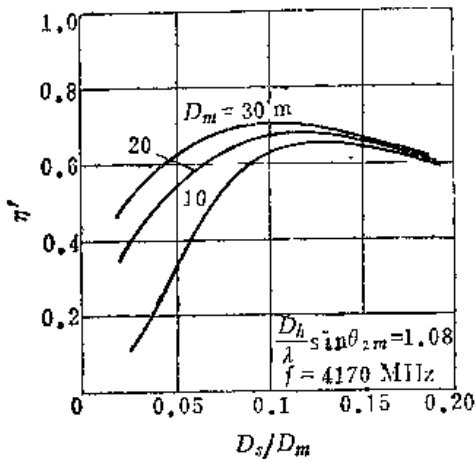


图 1-35  $\eta'$  随  $D_s/D_m$  的变化曲线

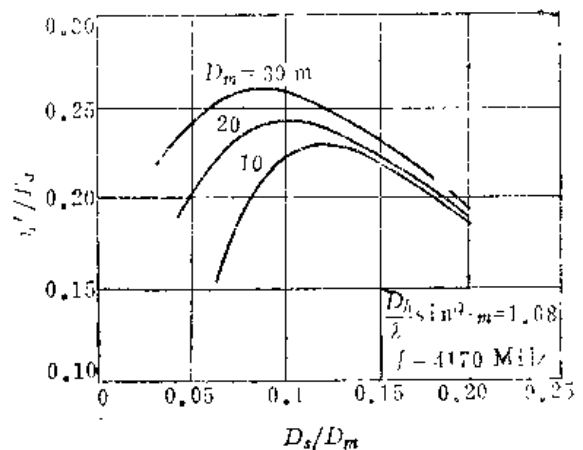


图 1-36  $\eta'/T_n$  随  $D_s/D_m$  的变化曲线

图 1-37 和 1-38 的纵坐标分别为  $\eta'$  和  $\eta'/T_0$ , 横坐标都为  $D_h \sin\theta_{2m}/\lambda$ 。对喇叭口径直径波长比  $D_h/\lambda$  或对副面半照射角  $\theta_{2m}$  两者, 若保持其中一个不变, 而另一个增大, 都使得副面边缘照射电平下降, 所以  $D_h \sin\theta_{2m}/\lambda$  大等效于  $S$  小。

两组曲线都表明: 当  $D_s/D_m$  一定时, 都存在最佳值  $S_{opt}$ , 此时  $\eta'$  或  $\eta'/T_0$  为最大; 相对于  $\eta'$  和  $\eta'/T_0$ ,  $S_{opt}$  的数值基本相同; 当  $D_s/D_m$  从 0.05 增大到 0.15 时,  $S_{opt}$  的值都有升高的趋势; 当  $S$  一定时,  $D_s/D_m$  存在最佳值  $D_{s, opt}/D_m$ , 即最佳遮挡比, 此时  $\eta'$  或  $\eta'/T_0$  为最大。

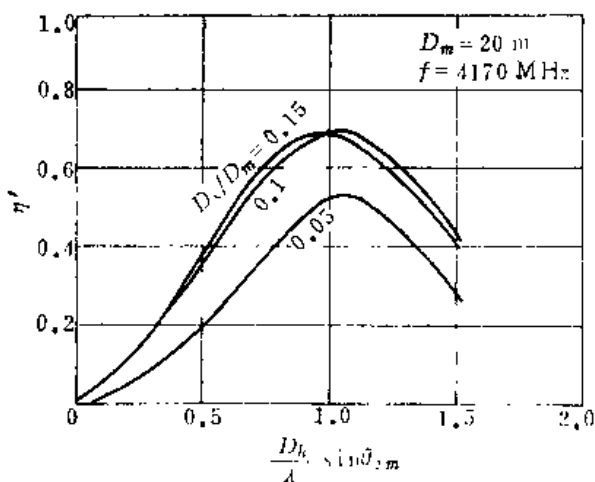


图 1-37  $\eta'$  随  $S$  变化的曲线

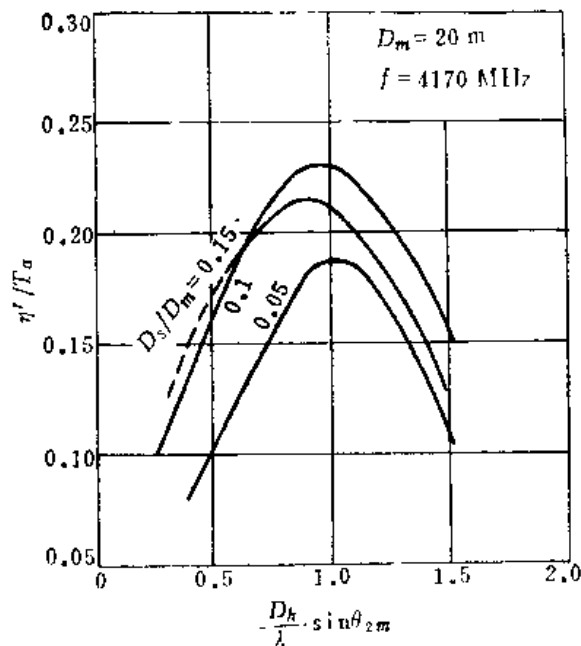


图 1-38  $\eta'/T_0$  随  $S$  变化的曲线

### 参 考 文 献

- [1] P. W. Hannan, Microwave Antenna Derived from the Cassegrain IRE Trans., Vol. AP-9, pp.140-153, Mar(1961).
- [2] Г. 3 爱金堡等:《超高频天线》下册(江茂光等译),人民邮电出版社,1981.
- [3] 章日荣等:《反射镜天线及高效率馈源》,人民邮电出版社,1977.
- [4] 钟顺时,施明光:《大型卡塞格伦天线计算机分析与参数选择》,天馈电讯设计交流会资料,1978.
- [5] W. F. Williams, High Efficiency Antenna Reflector, the Microwave Journal, Vol.8, No.7, pp.79-82, Jul(1965).

## 第二章 馈源喇叭

### § 2.1 一般概念

馈源是作为高增益聚焦天线照射器的各种弱方向性天线的总称,有时形象地称之为喷口。在多反射面天线中,把喷口天线和副面统称为馈源系统。

最简单的馈源天线(对称振子、波导口、喇叭)早在高增益的抛物面天线出现前就已问世,而且至今仍用作某种用途的独立天线。近二十多年来出现的一些高性能馈源则是为适应对馈源的特殊要求而产生的,它们的性能左右着天线的总体性能,小小的馈源往往成为天线系统的核心(如单脉冲天线、多波段天线)。因此,人们对馈源做了大量研究,新的馈源不断出现。

对馈源天线有如下一些基本要求:

#### 一、合适的振幅方向图

为了使抛物面得到最大的口径效率,要求抛物面口径场分布中间为平顶,边缘直降为零,即所谓台形分布。但因实用的抛物面天线边缘固有一定的空间衰减,相应的馈源方向图应是轴向辐射稍小,边缘最强(图 2-1(b)),成凹形分布。但是,为使抛物面天线辐射场副瓣小,馈源方向图的远角部分应为理想的渐降形式。此外,为得到最大的截获效率,馈源方向图的副瓣和后瓣也应尽可能小。因此,完全理想的馈源方向图形状应是图 2-1(c)所示的鞍形分布。对称振子或单模喇叭等简单馈源不可能产生鞍形方向图。但复杂的多模型馈源有可能接近这种理想状态。本章主要是研究多模喇叭,包括其特殊形式——混合模波纹喇叭。

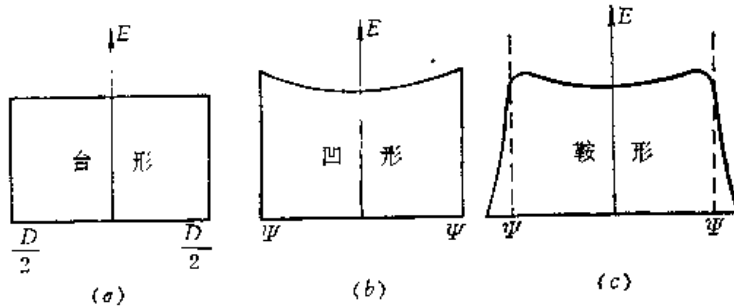


图 2-1 抛物面的口径场分布和馈源方向图

(a) 抛物面口径场分布; (b) 馈源方向图; (c) 馈源方向图

#### 二、理想的波前

旋转抛物面天线要求馈源的波前为球面,即有唯一的相位中心。圆柱抛物面则要求馈源的波前为圆柱面,即其相位中心应溃散为一条直线——焦线。虽然原则上可对反射面赋形使它和某种非球面波前或非柱面波前配合,但会使设计更加复杂。因此,通常是要求馈源天线具有理想的球面波前或圆柱波前。但是,由于各种实际条件的制约,馈源常常没有唯一的相位中心,这时须寻找近似的相位中心或最优辐射中心(§ 2.8)。



### 三、无交叉极化

不管是线极化工作还是圆极化工作，都要求辐射场无交叉极化。这里的所谓交叉极化是指干扰主极化工作的交叉分量。计算结果表明，采用振子馈源时，抛物面天线的交叉极化电平达  $-16.5 \text{ dB}$ 。采用喇叭之类的口径型馈源时，抛物面天线的交叉极化要小得多。实测表明用单模喇叭照射的抛物面天线的辐射场的交叉极化电平均为  $-28 \text{ dB}$ 。为了探测太空飞行器的弱信号，要求天线的副瓣电平低达  $-30 \text{ dB}$ ，而对于采用双极化正交工作的通信天线或电波测量天线，苛求天线副瓣电平达  $-40 \text{ dB}$ ，这要求馈源天线的交叉极化电平比这更低，目前只有采用多模型馈源才能做到。

### 四、所需的频带宽度

天线工作在一定的频带内，通常都要求频带内天线的主要性能基本上不变。根据不同的情况，可分别对天线的各项参数（如方向图宽度、增益、副瓣电平、驻波比等）提出各种指标要求。一般地说，频带愈宽，指标要求愈低。不同类型的馈源的频带特性差别较大，而同一天线对于不同参数的频带特性也大不相同。如振子馈源的方向图频带较宽，但阻抗（相应为驻波比）频带很窄。相反，喇叭的驻波比频带较宽，但方向图频带较窄。目前，方向图频带最宽的口径型馈源是波纹喇叭，可做到  $1.5:1$ ，变态的可达  $2.5:1$ 。值得注意的是是一种双脊天线，据称频带宽度可达  $12:1$ （指标要求较低）。

### 五、一定的功率容量

振子馈源的功率容量较小，喇叭馈源的功率容量一般不低于馈电波导。

### 六、尺寸尽可能小，以免对主反射面的辐射场造成大的遮挡。

本章重点是对多模型的馈源进行分析及阐述一些重要的概念。作为基础，首先简介应用较早的馈源——带反射器的振子；然后介绍光壁单模波导口或喇叭的工程设计及改进方法。它们的性能虽不甚完美，但由于结构简单，设计制造不难，仍被大量采用。限于篇幅，多模馈源的设计过程被略去。作者相信，读完本章之后，读者完全有能力利用有关文献完成设计的任务。

振子照射器和相应的馈线示意于图 2-2。因波长太短时振子太小，所以这种照射器只在波长大于或近于  $10 \text{ cm}$  的波段，并多用同轴线馈电。在  $10 \text{ cm}$  波段，实际的脉冲功率容量约  $250 \text{ kW}$ 。它由一个总长约为  $0.4 \sim 0.5\lambda$  的双极振子和直径约为  $0.7 \sim 0.8\lambda$  的反射盘构成。也可以用另一振子作反射器，但后辐射较大。反射盘与振子的距离约为  $\lambda/4$ ，用反射振子时距离要更小一些。振子照射器的相位中心靠近反射器，约在间距的  $1/3$  处，振子直径约为  $0.08\lambda$ 。

由于振子阻抗对频率的敏感性，这种照射器的频带很窄，驻波比小于  $1.25$  的频带约为  $\pm 1\%$ 。

图 2-2 的振子结构不对称。扼流套虽有助于使馈电平衡一些，但其方向图仍有些不对称。在早期的跟踪雷达中，常采用偏向一侧的振子照射抛物面，使偏轴的天线波束作圆锥扫

描。

半波振子的方向图与基本振子的很接近，因此，在计算以双极振子照射器为馈源的抛物面天线的辐射场时，可粗略地用基本振子的方向图代替双极振子的方向图，反射盘的作用则可用理想反射来近似。由此得到的天线主极化的  $E$  面和  $H$  面方向图示于图 2-3。

由图可见，焦距直径比  $F/D$  增加，波瓣变窄，副瓣升高，这是由于这时反射面张角较小，因而口径场较均匀。在最佳照射时，抛物面边缘电平约为  $-10\text{dB}$ ，增益因子  $g = \eta_r \eta_a$  约为 0.8。实际上，这种天线的总效率  $\eta$  较低，约为 0.4。照射器方向图圆对称性差，后瓣、边瓣大，交叉极化大以及驻波比高 ( $VSWR \approx 1.4 \sim 2$ ) 等是这种馈源的缺点。

在最佳照射时，相应的焦距比  $F/D = 0.38$ ，这时的半功率宽度为

$$\begin{aligned} 2\theta_{0.5H} &\approx 70^\circ \frac{\lambda}{D} \\ 2\theta_{0.5E} &\approx 75^\circ \frac{\lambda}{D} \end{aligned} \quad (2-1)$$

实际上，在焦距比为其它值时，也可用 (2-1) 式估算。

振子照射器的电性能总的来说较差，优点是结构简单，尺寸小。

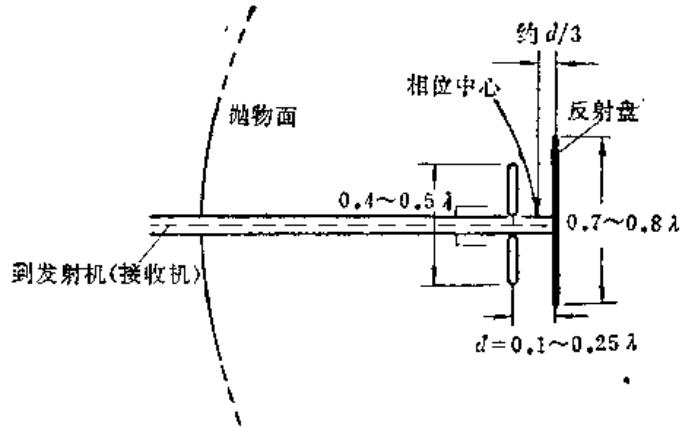


图 2-2 振子照射器

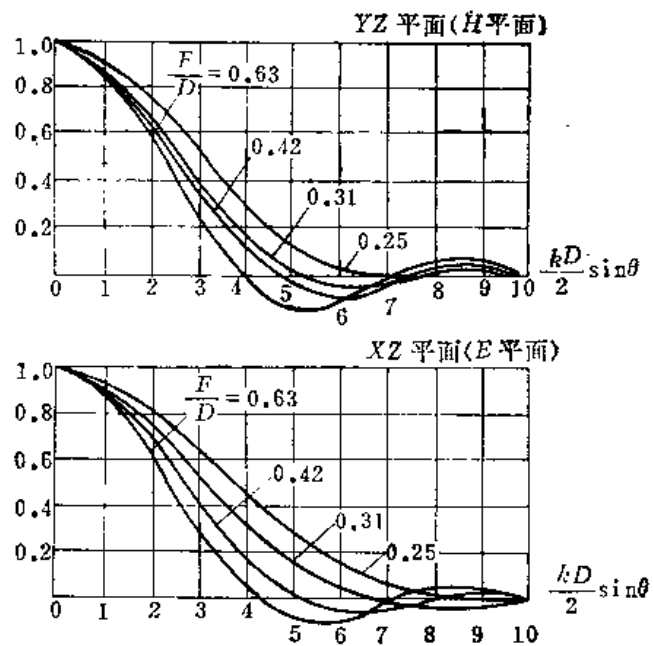


图 2-3 用振子作馈源的抛物面天线的方向图

## § 2.2 电磁波的模式理论<sup>[3]</sup>

到目前为止，用得最多的馈源天线是电磁喇叭，因为它有功率容量大，频带宽等优点。特别是可以用控制喇叭中电磁波模式的方法来获得各种所需的方向图，更为其它天线所不及。为便于引用，下面复习一下电磁波的模式理论。

### 一、赫兹电矢量和赫兹磁矢量

当不存在自由电荷时，简谐场的麦克斯韦方程为（时间因子为  $e^{i\omega t}$ ）

$$\begin{aligned} \text{rot } \mathbf{H} &= j\omega\epsilon' \mathbf{E} \\ \text{rot } \mathbf{E} &= -j\omega\mu \mathbf{H} \\ \text{div } \mathbf{E} &= 0 \\ \text{div } \mathbf{H} &= 0 \end{aligned} \quad (2-2)$$

式中  $\mu$  为媒质的导磁率,  $\epsilon' = \epsilon - j \frac{\sigma}{\omega}$  为复介电常数,  $\epsilon$  为媒质的介电常数,  $\sigma$  为其导电率。

经矢量运算, 由式 (2-2) 可得矢量波方程为

$$\left. \begin{aligned} \nabla^2 \mathbf{E} + k^2 \mathbf{E} &= 0 \\ \nabla^2 \mathbf{H} + k^2 \mathbf{H} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2-3)$$

式中  $k^2 = \omega^2 \epsilon' \mu$ ,  $\nabla^2 \mathbf{E} \equiv \text{grad div } \mathbf{E} - \text{rot rot } \mathbf{E}$ ,  $\nabla^2 \mathbf{H} = \text{grad div } \mathbf{H} - \text{rot rot } \mathbf{H}$ 。

当用赫兹矢量法解方程 (2-3) 时, 对于直角坐标系问题化为解标量方程

$$\nabla^2 f + k^2 f = 0 \quad (2-4)$$

这个方程的解已众所周知, 后面将直接引用。但是, 曲线坐标下无此形式。

由方程 (2-2) 的后两式知  $\mathbf{E}$  和  $\mathbf{H}$  都是无散矢, 因此可引进矢量磁势  $\mathbf{A}$  及标量电势  $\varphi$ , 即

$$\mathbf{H} = \text{rot } \mathbf{A} \quad (2-5)$$

$$\mathbf{E} = -\text{grad } \varphi - j\omega\mu\mathbf{A} \quad (2-6)$$

引入  $\mathbf{A}$  和  $\varphi$  是方法性的, 现在上两式的  $\mathbf{A}$  和  $\varphi$  是非单值的。作为方法, 可以自由地给出

$$\text{div } \mathbf{A} + j\omega\epsilon'\varphi = 0 \quad (2-7)$$

作规范条件, 结果  $\mathbf{A}$  和  $\varphi$  也满足波动方程

$$\left. \begin{aligned} \nabla^2 \mathbf{A} + k^2 \mathbf{A} &= 0 \\ \nabla^2 \varphi + k^2 \varphi &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2-8)$$

为便于计算, 引进赫兹电矢量

$$\mathbf{Z}_e = \mathbf{H}_e e^{j\omega t} \quad (2-9)$$

$$\mathbf{A} = j\omega \mathbf{Z}_e \quad (2-10)$$

可以证明  $\mathbf{Z}_e$  和  $\mathbf{H}_e$  满足与式 (2-3) 同样的矢量波方程, 即

$$\nabla^2 \mathbf{H}_e + k^2 \mathbf{H}_e = 0 \quad (2-11)$$

$$\nabla^2 \mathbf{Z}_e + k^2 \mathbf{Z}_e = 0 \quad (2-12)$$

并且

$$\mathbf{H} = j\omega \text{rot } \mathbf{H}_e e^{j\omega t} \quad (2-13)$$

$$\mathbf{E} = \frac{1}{\epsilon'} (\text{grad div } \mathbf{H}_e + k^2 \mathbf{H}_e) e^{j\omega t}$$

由方程式 (2-2) 的对称性可知, 类似地可引进矢量电势  $\mathbf{A}'$  和标量磁势  $\varphi'$  为

$$\mathbf{E} = \text{rot } \mathbf{A}' \quad (2-14)$$

$$\mathbf{H} = \text{grad } \varphi' + j\omega\epsilon' \mathbf{A}' \quad (2-15)$$

施以规范条件

$$\text{div } \mathbf{A}' + j\omega\mu\varphi' = 0 \quad (2-16)$$

则

$$\left. \begin{aligned} \nabla^2 \mathbf{A}' + k^2 \mathbf{A}' &= 0 \\ \nabla^2 \varphi' + k^2 \varphi' &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2-17)$$

赫兹磁矢量定义为

$$\mathbf{Z}_m = \mathbf{H}_m e^{j\omega t} \quad (2-18)$$

$$\mathbf{A}' = j\omega \mathbf{Z}_m \quad (2-19)$$

同样有

$$\left. \begin{aligned} \nabla^2 \mathbf{Z}_m + k^2 \mathbf{Z}_m &= 0 \\ \nabla^2 \mathbf{H}_m + k^2 \mathbf{H}_m &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2-20)$$

但

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= j\omega \text{rot} \mathbf{H}_m e^{j\omega t} \\ \mathbf{H} &= -\frac{1}{\mu} (\text{grad div} \mathbf{H}_m + k^2 \mathbf{H}_m) e^{j\omega t} \end{aligned} \quad (2-21)$$

赫兹矢量有明确的物理意义。在偶极子问题中， $\mathbf{H}_e$  描述电偶极子的电场， $\mathbf{H}_e$  的方向与极轴方向相同， $\mathbf{H}_m$  的方向与磁偶极子的极轴方向相同并描述磁偶极子的场。后面将会看到，赫兹电矢量和电波（TM 波）关联，赫兹磁矢量则和磁波（TE 波）关联。

## 二、直角坐标系中的 TE 波和 TM 波

### TE 波

令

$$\mathbf{H}_m = \Pi_{m_x} \hat{x} + \Pi_{m_y} \hat{y} + \Pi_{m_z} \hat{z} \quad (2-22)$$

由(2-21)式得

$$\begin{aligned} E_x &= j\omega \left( \frac{\partial \Pi_{m_z}}{\partial y} - \frac{\partial \Pi_{m_y}}{\partial z} \right) e^{j\omega t} \\ E_y &= j\omega \left( \frac{\partial \Pi_{m_x}}{\partial z} - \frac{\partial \Pi_{m_z}}{\partial x} \right) e^{j\omega t} \\ E_z &= j\omega \left( \frac{\partial \Pi_{m_y}}{\partial x} - \frac{\partial \Pi_{m_x}}{\partial y} \right) e^{j\omega t} \end{aligned} \quad (2-23)$$

当  $\Pi_{m_x} = \Pi_{m_y} = 0$ ,  $\Pi_{m_z} \neq 0$  时,  $E_z = 0$ ,  $H_z \neq 0$ , 即波为 TE 型, 这时, 由(2-21)式得

$$\begin{aligned} E_x &= j\omega \frac{\partial \Pi_{m_z}}{\partial y} e^{j\omega t} \\ E_y &= -j\omega \frac{\partial \Pi_{m_z}}{\partial x} e^{j\omega t} \\ E_z &= 0 \\ H_x &= -\frac{1}{\mu} \frac{\partial^2 \Pi_{m_z}}{\partial x \partial z} e^{j\omega t} \\ H_y &= -\frac{1}{\mu} \frac{\partial^2 \Pi_{m_z}}{\partial y \partial z} e^{j\omega t} \\ H_z &= -\frac{1}{\mu} \left( \frac{\partial^2 \Pi_{m_z}}{\partial z^2} + k^2 \Pi_{m_z} \right) e^{j\omega t} \end{aligned} \quad (2-24)$$

因为 TE 波的  $\mathbf{H}_m = \Pi_{m_z} \hat{z}$ , 方程式(2-20)退化为如式(2-4)的标量波方程, 其通解为

$$\Pi_{m_z} = D \cos(cx - p) \cos(dy - q) e^{\pm \gamma z} \quad (2-25)$$

式中  $D$ 、 $c$ 、 $p$ 、 $d$ 、 $q$ 、 $\gamma$  均为待定常数,  $D$  由波的强度决定, 其它取决于边界条件, 且有

$$\gamma^2 = -k^2 + c^2 + d^2 \quad (2-26)$$

对不导电媒质,  $\sigma = 0$ ,  $k = \omega \sqrt{\epsilon \mu} = 2\pi/\lambda$  为媒质中的波数,  $\lambda$  为媒质中的波长。

对于光壁矩形波导, 用边界条件可得  $p = 0$  及  $q = 0$ ,  $c = m\pi/a$ ,  $d = n\pi/b$ 。  $a$  和  $b$  分别为波导的宽边和窄边尺寸;  $m$  和  $n$  是非负整数, 它们表明波导横截面内的驻波个数。在无损条件下, 传播常数  $\gamma = \pm j\alpha$ ,  $\alpha = 2\pi/\lambda_g$  为导波波数,  $\lambda_g$  为导波波长, 且  $\lambda_g = \lambda/\sqrt{1 - (\lambda/\lambda_c)^2}$ ,  $\lambda_c = 2/\sqrt{(m/a)^2 + (n/b)^2}$  为临界波长。这时的 TE 波的一般解为

$$\begin{aligned}
 E_x &= -D_1 \frac{j\omega n\pi}{b} \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{i(\omega t \pm az)} \\
 E_y &= D_1 \frac{j\omega m\pi}{a} \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{i(\omega t \pm az)} \\
 E_z &= 0 \\
 H_x &= \pm D_1 \frac{j\omega m\pi}{\mu a} \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{i(\omega t \pm az)} \\
 H_y &= \pm D_1 \frac{j\omega n\pi}{\mu b} \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{i(\omega t \pm az)} \\
 H_z &= -D_1 \frac{\pi^2}{\mu} \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2}\right) \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{i(\omega t \pm az)}
 \end{aligned} \tag{2-27}$$

得出这些公式时以矩形波导的截面矩形的角顶为坐标原点。

### TM 波

与上相似，当赫兹电矢量为  $\mathbf{H}_e = z\Pi_{ez}$ ，即  $\Pi_{ex} = \Pi_{ey} = 0$  时，有  $H_z = 0$ ， $E_z \neq 0$ ，即  $\Pi_{ez}$  和 TM 波关联。由式(2-13)得

$$\begin{aligned}
 E_x &= \frac{1}{\epsilon'} \frac{\partial^2 \Pi_{ez}}{\partial x \partial z} e^{j\omega t} \\
 E_y &= \frac{1}{\epsilon'} \frac{\partial^2 \Pi_{ez}}{\partial y \partial z} e^{j\omega t} \\
 E_z &= \frac{1}{\epsilon'} \left( \frac{\partial^2 \Pi_{ez}}{\partial z^2} + k^2 \Pi_{ez} \right) e^{j\omega t} \\
 H_x &= j\omega \frac{\partial \Pi_{ez}}{\partial y} e^{j\omega t} \\
 H_y &= -j\omega \frac{\partial \Pi_{ez}}{\partial x} e^{j\omega t} \\
 H_z &= 0
 \end{aligned} \tag{2-28}$$

$\Pi_{ez}$  同样满足方程式(2-4)，且通解也形如式(2-25)。对于填充不导电媒质的光壁矩形波导，按边界条件可得  $p = \pi/2$ ， $q = \pm\pi/2$  及  $c = m\pi/a$ ， $d = n\pi/b$ 。把式(2-25)代入式(2-28)得 TM 波的场为

$$\begin{aligned}
 E_x &= \pm D_2 \frac{j\omega m\pi}{\epsilon a} \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{i(\omega t \pm az)} \\
 E_y &= \pm D_2 \frac{j\omega n\pi}{\epsilon b} \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{i(\omega t \pm az)} \\
 E_z &= D_2 \frac{\pi^2}{\epsilon} \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2}\right) \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{i(\omega t \pm az)} \\
 H_x &= D_2 \frac{j\omega n\pi}{b} \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{i(\omega t \pm az)} \\
 H_y &= D_2 \frac{j\omega m\pi}{a} \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{i(\omega t \pm az)} \\
 H_z &= 0
 \end{aligned} \tag{2-29}$$

且同 TE 波一样有  $\lambda_g = \lambda/\sqrt{1 - (\lambda/\lambda_c)^2}$ ,  $\lambda_c = 2/\sqrt{(m/a)^2 + (n/b)^2}$ 。

式(2-29)表征的  $TM_{mn}$  波和式(2-27)表征的  $TE_{mn}$  波都是矩形波导的本征波, 即只要有相应的激励, 波导内的场就按这两式的形式构成。对于给定标数  $mn$  的某一模式, 电磁场各分量的数量关系也完全由这两个式子确定。此外,  $TE_{00}$ ,  $TM_{00}$ ,  $TM_{0n}$  和  $TM_{m0}$  模不存在, 因下标组合为这四种情况之一时, 场全为零。

### 三、圆柱坐标系中的 TE 波和 TM 波

#### TE 波

和直角坐标系中一样, TE 波的“源”是赫兹磁矢量。当  $\mathbf{H}_m$  的分量  $\Pi_{m,r} = \Pi_{m,\phi} = 0$  而  $\Pi_{m,z} \neq 0$  时, 有  $E_z = 0$ ,  $H_z \neq 0$ 。这时, 方程式(2-20)退化为标量波方程

$$\frac{\partial^2 \Pi_{m,z}}{\partial z^2} + \frac{\partial \Pi_{m,z}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Pi_{m,z}}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial \Pi_{m,z}}{\partial \phi^2} + k^2 \Pi_{m,z} = 0 \quad (2-30)$$

用分离变量法, 令  $\Pi_{m,z} = R(r)\Phi(\phi)Z(z)$ , 得通解为

$$\left. \begin{aligned} Z(z) &= C_1 e^{r z} + C_2 e^{-r z} \\ \Phi(\phi) &= C_3 \cos m\phi + C_4 \sin m\phi \\ R(r) &= C_5 J_m(Kr) + C_6 N_m(Kr) \end{aligned} \right\} \quad (2-31)$$

式中  $C_1 \sim C_6$  为待定常数,  $J_m$  和  $N_m$  为贝塞尔函数和诺依曼函数,  $m$  为非负整数, 传播常数  $\gamma$  和特征值  $K$  取决于边界条件, 且

$$K^2 = k^2 + \gamma^2 \quad (2-32)$$

就传输性质而言, 以  $+\gamma z$  和以  $-\gamma z$  标志的波是一样的, 如仅考虑以  $-\gamma z$  标志的波, 则

$$\Pi_{m,z} = [D_1 J_m(Kr) + D_2 N_m(Kr)] e^{-\gamma z} \quad (2-33)$$

用新常数  $D_1$  和  $D_2$  是为了和后面的符号好区分, 而  $\cos m\phi$  和  $\sin m\phi$  的书写形式代表式(2-31)所示的线性组合。

把  $\Pi_{m,r} = \Pi_{m,\phi} = 0$  代入式(2-21)并在圆柱坐标系下展开, 得

$$\left. \begin{aligned} E_r &= j\omega \frac{1}{r} \frac{\partial \Pi_{m,z}}{\partial \phi} e^{i\omega t} \\ E_\phi &= -j\omega \frac{\partial \Pi_{m,z}}{\partial r} e^{i\omega t} \\ E_z &= 0 \\ H_r &= -\frac{1}{\mu} \frac{\partial^2 \Pi_{m,z}}{\partial z \partial r} e^{i\omega t} \\ H_\phi &= -\frac{1}{\mu r} \frac{\partial^2 \Pi_{m,z}}{\partial \phi \partial z} e^{i\omega t} \\ H_z &= -\frac{1}{\mu} \left( \frac{\partial^2 \Pi_{m,z}}{\partial z^2} + k^2 \Pi_{m,z} \right) e^{i\omega t} \end{aligned} \right\} \quad (2-34)$$

把式(2-33)代入, 得圆柱坐标系下 TE 波的一般解为(对于  $\gamma = -j\alpha$ ,  $K^2 = k^2 - \alpha^2$ )

$$\left. \begin{aligned}
 E_r &= \mp j\omega \frac{m}{r} R(Kr) \begin{matrix} \cos \\ \sin \end{matrix} \frac{m\phi}{m\phi} e^{j(\omega t - \sigma z)} \\
 E_\phi &= -j\omega KR'(Kr) \begin{matrix} \cos \\ \sin \end{matrix} \frac{m\phi}{m\phi} e^{j(\omega t - \sigma z)} \\
 E_z &= 0 \\
 H_r &= \frac{j\alpha K}{\mu} R'(Kr) \begin{matrix} \cos \\ \sin \end{matrix} \frac{m\phi}{m\phi} e^{j(\omega t - \sigma z)} \\
 H_\phi &= \mp \frac{j\alpha m}{\mu r} R(Kr) \begin{matrix} \sin \\ \cos \end{matrix} \frac{m\phi}{m\phi} e^{j(\omega t - \sigma z)} \\
 H_z &= -\frac{K^2}{\mu} R(Kr) \begin{matrix} \cos \\ \sin \end{matrix} \frac{m\phi}{m\phi} e^{j(\omega t - \sigma z)}
 \end{aligned} \right\} \quad (2-35)$$

式中  $R(Kr)$  和  $R'(Kr)$  分别表示  $[D_1 J_m(Kr) + D_2 N_m(Kr)]$  及其导数。 $R(Kr)$  常称为径向函数。

对于光壁圆波导，得到的有限解应取  $D_2 = 0$  (因为诺依曼函数  $N_m(x)$  在  $x=0$  时为无穷大)。由边界条件  $r=a$  ( $a$  为波导半径) 时  $E_\phi = 0$ ，得特征方程式

$$J'_m(Ka) = 0 \quad (2-36)$$

如  $\mu_{mn}$  为  $J'_m(x)$  的第  $n$  个根 ( $n=1, 2, 3, \dots$ ) 则

$$K = \mu_{mn}/a \equiv K_{mn}^H \quad (2-37)$$

由式(2-32)知特征值  $K$  实际上是临界波数，即

$$\lambda_c = 2\pi/K = 2\pi a/\mu_{mn} \quad (2-38)$$

式中  $\lambda_c$  为临界波长。一对  $m$  和  $n$  表示一个模式。注意  $n \neq 0$ ，因为  $n$  是根的序号。此外， $\lambda_g = \lambda/\sqrt{1 - (\lambda/\lambda_c)^2}$ 。

### TM 波

和 TM 波关联的是赫兹电矢量  $\Pi_e = \Pi_{e_z} \hat{z}$ ， $\Pi_{e_z}$  满足的方程同式(2-30)，其通解也如式(2-31)~(2-33)。由式(2-13)得 ( $\sigma=0$ )

$$\left. \begin{aligned}
 E_r &= \frac{1}{\epsilon} \frac{\partial^2 \Pi_{e_z}}{\partial r \partial z} e^{j\omega t} \\
 E_\phi &= \frac{1}{\epsilon r} \frac{\partial^2 \Pi_{e_z}}{\partial \phi \partial z} e^{j\omega t} \\
 E_z &= \frac{1}{\epsilon} \left( \frac{\partial^2 \Pi_{e_z}}{\partial z^2} + k^2 \Pi_{e_z} \right) e^{j\omega t} \\
 H_r &= j\omega \frac{1}{r} \frac{\partial \Pi_{e_z}}{\partial \phi} e^{j\omega t} \\
 H_\phi &= -j\omega \frac{\partial \Pi_{e_z}}{\partial r} e^{j\omega t} \\
 H_z &= 0
 \end{aligned} \right\} \quad (2-39)$$

把式(2-33)代入上式即得 TM 波的一般解为(对于  $\gamma = -ja$ )

$$\left. \begin{aligned}
 E_r &= \frac{-jaK}{\epsilon} R'(Kr) \begin{matrix} \circ & \circ & \circ & \circ \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \circ & \circ & \circ & \circ \end{matrix} e^{j(\omega t - \alpha z)} \\
 E_\phi &= \pm \frac{j\alpha m}{\epsilon r} R(Kr) \begin{matrix} \circ & \circ & \circ & \circ \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \circ & \circ & \circ & \circ \end{matrix} e^{j(\omega t - \alpha z)} \\
 E_z &= \frac{K^2}{\epsilon} R(Kr) \begin{matrix} \circ & \circ & \circ & \circ \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \circ & \circ & \circ & \circ \end{matrix} e^{j(\omega t - \alpha z)} \\
 H_r &= \mp \frac{j\omega m}{r} R(Kr) \begin{matrix} \circ & \circ & \circ & \circ \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \circ & \circ & \circ & \circ \end{matrix} e^{j(\omega t - \alpha z)} \\
 H_\phi &= -j\omega K R'(Kr) \begin{matrix} \circ & \circ & \circ & \circ \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \circ & \circ & \circ & \circ \end{matrix} e^{j(\omega t - \alpha z)} \\
 H_z &= 0
 \end{aligned} \right\} \quad (2-40)$$

同样，对于光壁圆波导 $R(Kr)$ 和 $R'(Kr)$ 中的第二项应为零。由边界条件 $r = a$ 时 $E_\phi = E_z = 0$ ，得特征方程

$$J_m(Ka) = 0 \quad (2-41)$$

若 $v_{mn}$ 为 $J_m(x)$ 的第 $n$ 个根，则

$$K = v_{mn}/a \equiv K_{mn}^E \quad (2-42)$$

$$\lambda_c = 2\pi a/v_{mn} \quad (2-43)$$

同前面一样 $n \neq 0$ ，且由式(2-32)有 $\lambda_g = \lambda/\sqrt{1 - (\lambda/\lambda_c)^2}$ 。

### § 2.3 单模波导口和喇叭照射器的设计

这种馈源是传输线波导的自然发展。它们优于振子馈源之处是功率容量大，边瓣、后瓣小，交叉极化小，方向图较易控制，与馈线匹配较好，阻抗频带较宽等。

虽然在天线技术的早期已有人利用多模来改善这种口径型天线的方向性<sup>[4]</sup>，但因技术上要求不迫切，很长时期都是有意抑制高阶模，使波导口和喇叭馈源工作在单一主模上。而且为了有近似的相位中心，馈源喇叭只工作在小散相(小的口径相位偏差)状态。

激励单一主模(矩 $TE_{10}$ 或圆 $TE_{11}$ )的波导口和喇叭方向图的计算在其它书中可找到，例如参考文献[1]、[5]，本节只叙述它们用作馈源时的设计问题。

通常要求馈源天线有唯一的相位中心，而由相位中心理论知，同相口径且有奇或偶对称振幅分布的天线有唯一的相位中心并在口径中心。因此，矩 $TE_{10}$ 或圆 $TE_{11}$ 模波导口馈源有唯一相位中心。喇叭口径存在偶次律相位偏差时，唯一相心不存在。但当口径相位偏差不大时，可有一个近似的相心(见§ 2.8)。通常都使馈源喇叭工作在近同相状态，即散相值(口径边缘相位偏差)满足以下关系式：

角锥喇叭

$$\left. \begin{aligned}
 \Phi_{ym} &= \frac{\pi}{4} \frac{a_\lambda^2}{\lambda R_H} \leq \frac{\pi}{8}, \quad R_H \geq \frac{2a_\lambda^2}{\lambda} \\
 \Phi_{xm} &= \frac{\pi}{4} \frac{b_\lambda^2}{\lambda R_V} \leq \frac{\pi}{8}, \quad R_V \geq \frac{2b_\lambda^2}{\lambda}
 \end{aligned} \right\} \quad (2-44)$$

圆锥喇叭



$$\Phi_m = -\frac{\pi}{4} - \frac{d_c^2}{\lambda R_c} \leq -\frac{\pi}{8}, \quad R_c \geq \frac{2d_c^2}{\lambda} \quad (2-45)$$

式中  $\Phi_{y_m}$  和  $\Phi_{x_m}$  为角锥喇叭  $yo_z$  面和  $xoz$  面的边缘最大相位偏差 ( $\Phi_m$  是圆锥喇叭任意辐射面的);  $a_m$  和  $b_m$  为喇叭的  $yo_z$  面和  $xoz$  面的口径尺寸 ( $d_c$  为圆锥喇叭的口径直径);  $R_E$  和  $R_H$  为相应面的喇叭高度,  $R_c$  是圆锥喇叭的高度。  $R_E$  和  $R_H$  的下标表明这里取  $xoz$  面为主极化面, 即喇叭口径主极化为  $E_x \hat{x}$ 。

满足式(2-44)和式(2-45)时, 喇叭的近似相位中心几乎和口径中心重合, 但位置靠内。散相值更大时, 近似相心更朝喇叭颈部偏移, 计算方法见 § 2.8。一般地说, 相位中心的溃散并不严重, 寻求最优辐射中心可使天线总增益损失得到令人满意的补偿, 对于副瓣和交叉极化的影响尚须具体研究。

在依据天线的总体要求选定了反射面的边缘照射电平之后, 即可按反射面的边缘张角  $\theta$  和所需的电平决定馈源的口径尺寸。

波导口的方向性较弱, 因此它们可作深镜面 ( $F/D < 0.3$ ) 的馈源, 它们的方向图可按参考文献 [1]、[5] 计算。在限于单一主模工作时, 口径尺寸可变范围是不大的。由于波导口尺寸已经很小, 且绕射严重, 因此进一步减小口径尺寸以展宽方向图的办法是不可取的, 最好是选择适当的焦径比  $F_m/D_m$  与之配合。确须展宽波导口的方向图时, 可用波导切角或加扩散棒的方法<sup>[4]</sup>。

光壁波导口的主要缺点是无法得到圆对称方向图(尤其是矩口波导)、绕射严重、边后瓣大。矩形波导口还有驻波比大的缺点。

但波导口馈源有结构简便, 方向图宽的优点, 至今仍被用作深镜面的馈源。由于圆波导口方向图圆对称性好且驻波比小, 作为馈源较矩形波导口好。用直径与矩形波导宽边相同的圆波导 ( $d_c = 0.72\lambda$ ) 作焦径比为 0.294 的抛物面的馈源就可得到接近最佳增益的照射。

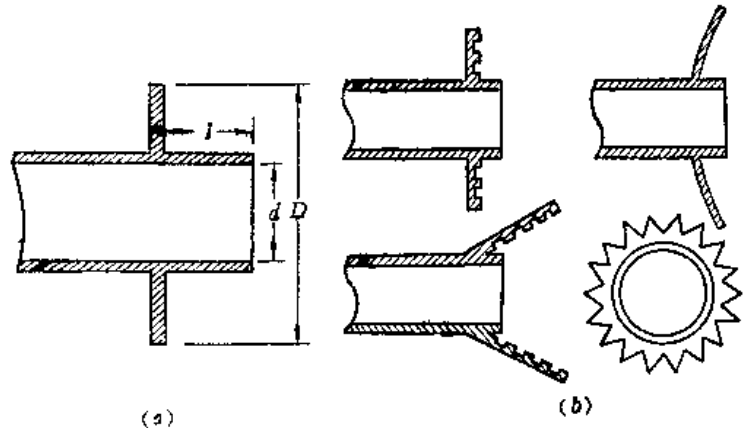


图 2-4 波导口馈源天线和法兰盘

图 2-4(a) 则是一种带法兰盘的圆波导口馈源的示意图, 它被用在国产的 10m 地面站天线上(焦径比约为 0.3)。这种天线的方向图圆对称性较好, 工作在圆极化状态, 有关数据见表 2-1\*。

表 2-1 图 2-4(a) 的波导数据

频率	$2\theta_{0.5E}$	$2\theta_{0.5H}$	$2\theta_{0.1E}$	$2\theta_{0.1H}$
$0.96f_0$	$106^\circ$	$90^\circ$	$168^\circ$	$158^\circ$
$f_0$	$106^\circ$	$90^\circ$	$159^\circ$	$153^\circ$
$1.04f_0$	$101^\circ$	$90^\circ$	$164^\circ$	$155^\circ$
	$d = 0.7\lambda$	$D = 1.24\lambda$	$l = 0.6\lambda$	

\* 引自西北电讯工程学院电磁场工程系张进民、陈必森 1978 手稿。

在早期,人们已发现波导口的平板法兰能抑制矩形波导口  $E$  边的严重绕射,改善副瓣性能。七十年代研究得更多,发现加上法兰是使方向图等化的简便方法。从表 2-1 可见,在  $\pm 4\%$  的频带内方向图圆对称性是不错的。因此,出现了各种各样的法兰(图 2-4(b))。

带法兰的波导口的方向性的严格计算有待进一步研究,现有的一种定性解释是法兰抑制了  $E$  面边缘的外壁电流。另有一种定性解释是法兰使  $E$  面的有效口径缩小,因为据近场研究,在无法兰时,波导口(或喇叭)的  $E$  面,场分布一直伸展到口径之外。

用喇叭作馈源的明显好处是其口径尺寸理论上没有上限,即可以获得比波导口馈源窄的方向图。另外一个优点是与馈线匹配较好。当满足式(2-44)和(2-45)时其方向图可按波导口的公式计算。当口径边缘相位偏差较大时,须按严格的公式或曲线计算<sup>[1], [5], [6], [7]</sup>。但如同波导口一样,喇叭方向图的远角方向的计算值是不准确的。因此,用如下一些近似方法来设计较为方便。

设希望喇叭在  $\phi = \psi$  的方向的电平为  $E_{dB}$ , 则其电平为  $-10\text{dB}$  的角度  $\phi_{10}$  可由下式计算:

$$\frac{|E_{dB}|}{10} = \left(\frac{\psi}{\phi_{10}}\right)^2 \quad (2-46)$$

这个式子对喇叭两个主面都适用。喇叭的口径尺寸可由下列公式得到:

$$\left. \begin{aligned} 2\phi_{E10} &= 88^\circ \lambda / b_A, & (b_A < 2.5\lambda) \\ 2\phi_{H10} &= 31^\circ + 79^\circ \lambda / a_A, & (a_A < 2.5\lambda) \end{aligned} \right\} \quad (2-47)$$

式中  $2\phi_{E10}$  和  $2\phi_{H10}$  各为  $E$  面和  $H$  面  $10\text{dB}$  角宽。

此外,还可用下式计算其半功率角  $\phi_{0.5}$

$$\frac{|E_{dB}|}{3} = \left(\frac{\psi}{\phi_{0.5}}\right)^2 \quad (2-48)$$

从式(2-46)和(2-48)可见喇叭辐射场的电平与方向角有平方律经验关系。把式(2-48)代入下式也可得到喇叭口径尺寸

$$\left. \begin{aligned} 2\sin\phi_{0.5E} &= 0.88\lambda / b_A \\ 2\sin\phi_{0.5H} &= 1.19\lambda / a_A \end{aligned} \right\} \quad (2-49)$$

式(2-49)是不计惠更斯元的作用的矩形波导口的计算公式。因此,如要精确分析,则应把惠更斯元的影响考虑进去。但是,计算得到的尺寸并不十分严格,原因是尺寸的微小变化对于远角电平并不敏感,而且上述经验公式或理论公式,对喇叭远角电平的计算都不十分准确。

值得提出的是,当反射面的焦径比不同时,用喇叭照射的抛物面天线最佳边缘电平不再是通用的  $-10\text{dB}$ 。的计算表明<sup>[8]</sup>,对于通常的小焦径比情况,角锥喇叭照射的抛物面的最佳边缘电平约为  $-14\text{dB}$ ,这时的增益因子  $g \approx 0.63$ 。实践表明喇叭照射的抛物面天线总效率  $\eta$  可达  $0.5$  左右,比振子照射时的好,这是因为喇叭耗散在泄漏及交叉极化方面的功率较小等等。

喇叭的边缘绕射也常用法兰盘抑制,特别是矩形喇叭,这种绕射在口径尺寸较大时也是不小的。即使是  $E$  面边缘电平很低的波纹喇叭,为更进一步压低交叉极化和绕射,有时也使用法兰盘<sup>[9]</sup>。

## § 2.4 多模喇叭的理论基础

顾名思义，多模这一术语指馈源的工作模式在两个以上。多模馈源有组合模馈源和混合模馈源两类，它们性质各异，但理论方法相似。前者的内壁的边界条件为各向同性，而后者则各向异性。

1945年，S. J. Mason 提出一种如图 2-5(a) 所示的盒形喇叭<sup>[4]</sup>，使  $TE_{30}$  模和  $TE_{10}$  模以一定的模振幅比迭加起来增强喇叭  $H$  面的方向性。用 § 2.5 中的方法可求得  $TE_{30}$  与  $TE_{10}$  的模比为

$$\frac{A_{30}}{A_{10}} = \frac{\int_{-a_1/2}^{a_1/2} \cos\left(\frac{\pi y}{a_1}\right) \cos\left(\frac{3\pi y}{a_2}\right) dy}{\int_{-a_1/2}^{a_1/2} \cos\left(\frac{\pi y}{a_1}\right) \cos\left(\frac{\pi y}{a_2}\right) dy} \quad (2-50)$$

由图 2-5(b) 可见，如果两种模在喇叭口径中心的场反相，则可使  $H$  面场分布均匀一些

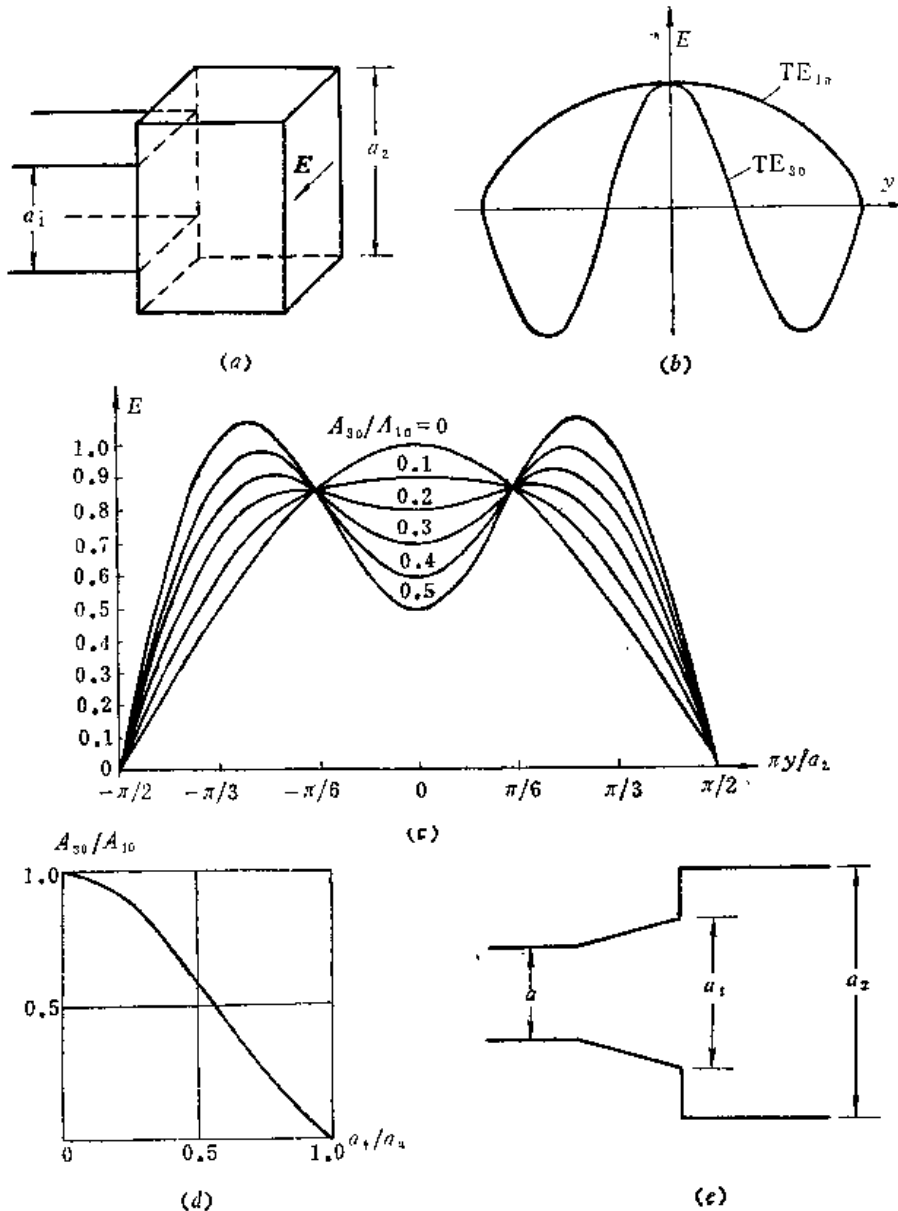


图 2-5 盒形(多模)喇叭

(图 2-5(c))。图 2-5(d)是式(2-50)的图示。图 2-5(e)是盒形喇叭的另一型式。

当  $TE_{1,0}$  和  $TE_{2,0}$  在口径中心同相时,  $H$  面的场分布变得更不均匀, 这种情况在解决单脉冲天线的和差矛盾时有用(见第三章)。从本章后几节可知, 用多模迭加的技术可以显著地改善馈源的性能。

由于麦克斯韦方程的普遍性, 波导内传输的波必然可以表示为 TE 模和 TM 模的无穷级数之和(工程中一般只须取有限几个模), 以直角坐标系为例, 即

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(x, y, z) = & \hat{x} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} [A_{mn}^x f_x^H(x, y) f^H(z) + B_{mn}^x f_x^E(x, y) f^E(z)] \\ & + \hat{y} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} [A_{mn}^y f_y^H(x, y) f^H(z) + B_{mn}^y f_y^E(x, y) f^E(z)] \\ & + \hat{z} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} B_{mn}^z f_z^E(x, y) f^E(z) \end{aligned} \quad (2-51)$$

式中  $A_{mn}^x$  和  $B_{mn}^x$  等是  $H$  模和  $E$  模的振幅系数; 二元函数  $f_x^E(x, y)$  和  $f_y^H(x, y)$  等为标准化的横向分布函数。上标  $H$  和  $E$  表示  $TE_{mn}$  和  $TM_{mn}$  模, 角标  $x, y, z$  表示沿该坐标方向的分量; 一元函数  $f^H(z)$  表示沿  $z$  向的传播。通常,  $f^H(z) = \exp[-j\alpha_{mn}^H z] + \Gamma_{mn}^H \exp[j\alpha_{mn}^H z]$ ,  $\alpha_{mn}^H$  为  $H_{mn}$  模的传播常数,  $\Gamma_{mn}^H$  为  $H_{mn}$  模的反射系数;  $f^E(z)$  情况类似。由上节所述  $A_{0,0}$  和  $B_{0,0}$ 、 $B_{0,n}$ 、 $B_{m,0}$  恒为零。当某一个模缺少某个分量时, 可认为相应的横向分布函数为零。例如  $TE_{1,0}$ ,  $\mathbf{E} = E_x \hat{x}$ ,  $E_y$  及  $E_z = 0$ , 则认为  $f_y^H(x, y) = f_z^H(x, y) = 0$ 。

由波导理论还知道, 对于任意截面的柱状波导, 各模电磁场满足如下功率正交条件:

$$\int (\mathbf{E}_1 \times \mathbf{H}_2^* + \mathbf{E}_2 \times \mathbf{H}_1^*) \cdot d\mathbf{S} = 0 \quad (2-52)$$

式(2-52)表示模 1 和模 2 不发生功率交换, 即两个模各自独立地携带能量, 传输中互相不交换能量。式(2-51)和(2-52)是多模馈源的理论基础。

多模由波导的不连续性产生, 通常采用张角突变或构成阶梯的方法来激励。一般地说, 不连续处的场具有复杂的多模形式并连续地向两边变化。在离突变点较远处, 左边是激励源的模式, 例如矩形波导的  $TE_{1,0}$ , 右边是希望得到的模式, 例如  $H_{1,0}$ ,  $H_{3,0}$  等。

由于电磁波方程的本征函数的正交性和完备性, 突变面  $S$  上的场  $E(S)$  可以分别用左边或右边各种模式的迭加(展开为本征函数的级数)表示。反之左边的场  $E_L$  的各模的振幅系数和右边的场  $E_R$  各模的振幅系数可表示为未知场  $E(S)$  的函数, 从而引出积分方程并求出各模的振幅系数(图 2-6)。

上述方法是严格的但数学上计算较难。较简便的方法是后面几节采用的场匹配原理法, 即认为左边的场直到  $S$  面上仍是波导左边远处的激励场  $E_i$ , 而  $S$  面右边的场从  $S$  面开始就是传输场  $E_t$ 。由连续条件可知, 在  $S$  面上有  $E_i = E_t$ , 把  $E_t$  表示为本征函数的级数, 则由  $S$  上的边界条件和本征函数的正交性即可由源场  $E_i$  求得  $E_t$  的各种模式的振幅系数。

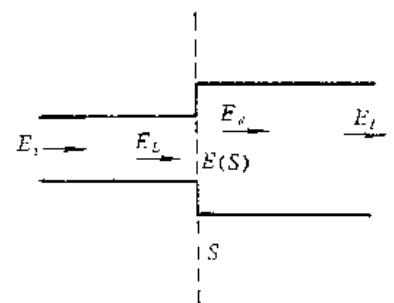


图 2-6 突变面和场匹配

这种场匹配法在天线技术中用得很多，例如求天线辐射场的波谱法也是一种场匹配法，这时把天线口径作为突变面，而认为口径场和波导中的场一样。

为便于反复引用和不引起符号混乱，下面罗列一些公式。

### 一、辐射积分

如天线的辐射采用球坐标 $(R, \theta, \phi)$ ，则平面口径辐射场的克希荷夫积分的一般形式为

$$\mathbf{E} = -j \frac{e^{-jkr}}{2\lambda R} \hat{R} \times \int_S [\hat{n} \times \mathbf{E}_t - W \hat{R} \times (\hat{n} \times \mathbf{H}_t)] e^{jk\rho \cdot \hat{R}} dS \quad (2-53)$$

式中 $\hat{R}$ 为矢径 $R$ 的单位矢； $\hat{n}$ 为口径面法向矢量； $\mathbf{E}_t$ 和 $\mathbf{H}_t$ 为口径上的横向场， $W = \sqrt{\mu/\epsilon}$ 为辐射场区的波阻抗， $\rho$ 为口径面上的矢径。

在光壁波导中； $\mathbf{E}_t$ 和 $\mathbf{H}_t$ 正交，即

$$\hat{n} \times \mathbf{E}_t = \frac{k}{\alpha} W \mathbf{H}_t \quad (2-54)$$

式中 $\alpha$ 为口径上的波数，即 $\alpha = 2\pi/\lambda_g$ 。以式(2-54)为条件，辐射场可表示为仅由口径面上横向电场表示的形式

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= \hat{\theta} E_\theta + \hat{\phi} E_\phi \\ E_\theta &= -\frac{j e^{-jkr}}{2\lambda R} \left(1 + \frac{\alpha}{k} \cos\theta\right) N_\theta \\ E_\phi &= -\frac{j e^{-jkr}}{2\lambda R} \left(\frac{\alpha}{k} + \cos\theta\right) N_\phi \end{aligned} \quad (2-55)$$

对矩形口径

$$\begin{aligned} N_\theta &= N_x \cos\phi + N_y \sin\phi \\ N_\phi &= N_x \sin\phi - N_y \cos\phi \\ N_x &= \int_S \begin{matrix} E_{t,x} \\ E_{t,y} \end{matrix} e^{jk \sin\theta (x \cos\phi + y \sin\phi)} dx dy \end{aligned} \quad (2-56)$$

式中 $E_{t,x}$ 和 $E_{t,y}$ 各为横场 $E_t$ 的 $x$ 和 $y$ 向分量， $x$ 和 $y$ 为口径面上的坐标。对于圆口径

$$\begin{aligned} N_\theta &= \int_S [E_\rho \cos(\phi - \psi) - E_\phi \sin(\phi - \psi)] \times e^{jk \rho \sin\theta \cos(\psi - \phi)} \rho d\rho d\psi \\ N_\phi &= \int_S -[E_\rho \sin(\phi - \psi) + E_\phi \cos(\phi - \psi)] \times e^{jk \rho \sin\theta \cos(\psi - \phi)} \rho d\rho d\psi \end{aligned} \quad (2-57)$$

式中 $\phi$ 和 $\rho$ 为口径面上的坐标。

当式(2-54)不成立时，式(2-56)和(2-57)是不成立的。对于圆口径，可由式(2-53)得一般的积公式为

$$\begin{aligned} E_\theta &= \frac{j e^{-jkr}}{2\lambda R} \int_S [E_\rho \cos(\phi - \psi) - E_\phi \sin(\phi - \psi) + W H_\rho \cos\theta \sin(\phi - \psi) \\ &\quad + W H_\phi \cos\theta \sin(\phi - \psi)] \times e^{jk \rho \sin\theta \cos(\psi - \phi)} \rho d\rho d\psi \\ E_\phi &= \frac{j e^{-jkr}}{2\lambda R} \int_S [E_\rho \cos\theta \sin(\phi - \psi) + E_\phi \cos\theta \cos(\phi - \psi) \end{aligned} \quad (2-58)$$

$$-WH_p \cos(\phi - \phi) + WH_s \sin(\phi - \phi)] \times e^{ik \rho \sin \theta \cos(\psi - \phi)} \rho d\rho d\phi \quad (2-59)$$

波纹喇叭就属于这种情况，不满足式(2-54)。

## 二、贝塞尔函数

递推公式

$$\begin{aligned} J'_m(x) &= -\frac{1}{2} [J_{m-1}(x) - J_{m+1}(x)] = \frac{m}{x} J_m(x) - J_{m+1}(x) \\ &= -\frac{m}{x} J_m(x) + J_{m-1}(x) \\ \frac{mJ_m(x)}{x} &= \frac{1}{2} [J_{m-1}(x) + J_{m+1}(x)] \end{aligned} \quad (2-60)$$

小宗量近似

$$J_m(x) \underset{x \rightarrow 0}{\approx} \frac{1}{m!} \left(\frac{x}{2}\right)^m \quad (2-61)$$

罗美尔积分

$$\int_0^z x J_m(\alpha x) J_n(\beta x) dx = \frac{z}{\alpha^2 - \beta^2} [\beta J_n(\alpha z) J'_n(\beta z) - \alpha J_n(\beta z) J'_n(\alpha z)] \quad (2-62)$$

积分表达式

$$\begin{aligned} \int_0^{2\pi} e^{jx \cos(\phi - \phi)} \left(\frac{\sin m\phi}{\cos m\phi}\right) d\phi &= 2\pi j^m J_m(x) \left(\frac{\sin m\phi}{\cos m\phi}\right) \\ \int_0^{2\pi} e^{-jx \cos(\phi - \phi)} \left(\frac{\sin m\phi}{\cos m\phi}\right) d\phi &= 2\pi (-j)^m J_m(x) \left(\frac{\sin m\phi}{\cos m\phi}\right) \\ \int_0^{2\pi} e^{jx \cos \alpha} \left(\frac{\sin m(\alpha + \phi)}{\cos m(\alpha + \phi)}\right) d\alpha &= 2\pi j^m J_m(x) \left(\frac{\sin m\phi}{\cos m\phi}\right) \end{aligned} \quad (2-63)$$

## 三、球面波前和相位偏差的表示式

图 2-7 表示喇叭的  $xoz$  截面。在横截面  $S$  上，半锥角为  $\theta_1$  的喇叭段内传输的波有如下相位分布(设  $\lambda_g \approx \lambda$ )：

$$\Phi_x = \frac{-\pi x^2}{\lambda R_E} \quad (2-64)$$

这个式子表明坐标为  $x$  点的场相对于  $x=0$  点的场的相位滞后量，也可视为相对于平面波前的滞后量。当  $\theta_1$  很小时，式(2-64)可化为

$$\Phi_x = -\frac{\pi a_1^2}{4\lambda R_E} \frac{4x^2}{a_1^2} \approx -\frac{\pi a_1 \theta_1}{2\lambda} \frac{4x^2}{a_1^2} \quad (2-65)$$

$(-\pi a_1 \theta_1 / 2\lambda)$  是边缘相位偏差，即与平面波前的最大偏差。

当  $\theta_1 < 0$  时，表明边缘相位超前。类似地，半锥角为  $\theta_2$  的喇叭内的波前相对于平面波前的滞后为

$$\Phi_x = -\frac{\pi a_1 \theta_2}{2\lambda} \frac{4x^2}{a_1^2} \quad (2-66)$$

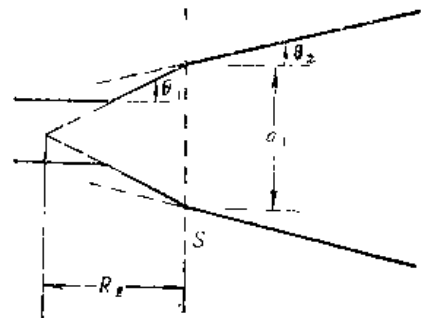


图 2-7 球面波前和相位偏差

其它含  $oz$  轴的截面上的情况类似。

## § 2.5 方口组合模喇叭

便于解析地分析和物理图象较直观是首先研究它的原因。本节的方法和结果不难推广于矩形口径喇叭。

这种馈源在单脉冲天线中多见，其优点是交叉极化低，比圆口喇叭极化稳定，可以统一解决收发共用，“和”、“差”同时圆极化等。和其它组合模馈源一样，方口组合模喇叭频带较窄，但据报告，方向图等化的带宽达 12%，驻波比小于 1.2 的带宽约为 2.5%<sup>[10]</sup>。

方口组合模喇叭的工作模常有七种，即  $TE_{10}$ 、 $TE_{20}$ 、 $TE_{30}$ 、 $TE_{11}$ 、 $TM_{11}$ 、 $TE_{12}$  和  $TM_{12}$ 。由于  $TM_{11}$  和  $TE_{11}$  具有相同的分布函数和相速，在模的激励中，总是以一定比例组合而成对出现。实际上，所有标数相同的矩形波导模都有这个性质。因此常把  $TE_{mn} + TM_{mn}$  称为组合模对  $(TE + TM)_{mn}$ ，且看作是一个模，并常简写为  $EM_{mn}$ （或  $EH_{mn}$ ）。因此七模喇叭有时又称为“五模”喇叭，因为  $TE_{11} + TM_{11}$  被看作一个  $EM_{11}$ ， $TE_{12} + TM_{12}$  被看作一个  $EM_{12}$ 。但须注意，组合模  $EM_{mn}$  中的两个部分是完全独立的两个模，即在给定的波导中可以独立地分别激励，组合比例也是任意的，这和 § 2.7 中的混模在本质上完全不同。组合模中的两个成份满足功率正交条件式(2-52)，而混合模则否。

如以  $E_x$  为电场的主极化分量，则上述七个模的横截面电力线如图 2-8 所示，相应的场表达式如下。不过，与一般习惯不同，这里的第一个下标对应  $y$  方向的变化，例如这里的  $TE_{10}$  相当于式(2-27)的  $TE_{01}$ 。此外，坐标原点取在方口径中心。

$$TE_{10} \quad E_x = A_{10} \cos\left(\frac{\pi y}{a}\right); \quad E_y = 0$$

$$TE_{20} \quad E_x = A_{20} \sin\left(\frac{2\pi y}{a}\right); \quad E_y = 0$$

$$TE_{30} \quad E_x = A_{30} \cos\left(\frac{3\pi y}{a}\right); \quad E_y = 0$$

$$TE_{11} \quad E_x = A_{11} \cos\left(\frac{\pi y}{a}\right) \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right); \quad E_y = -A_{11} \sin\left(\frac{\pi y}{a}\right) \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right)$$

$$TM_{11} \quad E_x = B_{11} \cos\left(\frac{\pi y}{a}\right) \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right); \quad E_y = B_{11} \sin\left(\frac{\pi y}{a}\right) \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right)$$

$$TE_{12} \quad E_x = A_{12} \cos\left(\frac{\pi y}{a}\right) \cos\left(\frac{2\pi x}{a}\right); \quad E_y = 2A_{12} \sin\left(\frac{\pi y}{a}\right) \sin\left(\frac{2\pi x}{a}\right)$$

$$TM_{12} \quad E_x = B_{12} \cos\left(\frac{\pi y}{a}\right) \cos\left(\frac{2\pi x}{a}\right); \quad E_y = -\frac{B_{12}}{2} \sin\left(\frac{\pi y}{a}\right) \sin\left(\frac{2\pi x}{a}\right)$$

上列分布函数中的负号表明一对标数  $mn$  相同的 TE 模和 TM 模的适当组合可以得到单一的极化。任何一对标数  $mn$  相同的 TE 和 TM 模都具有这一有用性质。

为产生多模，常采取改变张角或截面阶梯跃变的方法，有时也同时用这两种方法。下面详细研究这种情况下的模变换，计算结果也可以用于较简单的情况。

图 2-9 是一般情况的方口组合模喇叭，它由三段构成。第一段是边长为  $a$  的方波导，第二段是边长由  $a$  渐变为  $a_1$  的方喇叭（半张角为  $\theta_1$ ），第三段喇叭的半张角为  $\theta_2$ ，但起始处边长

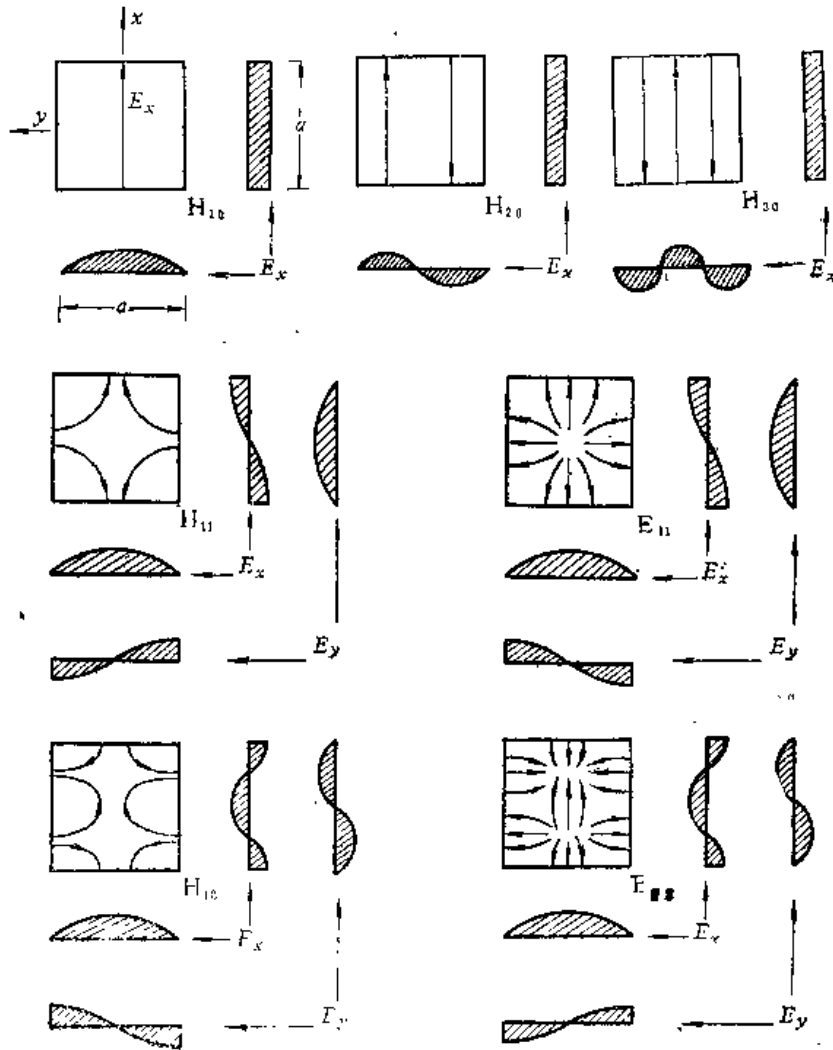


图 2-8 七个模式的电力线和场分布

为  $a_2$ ，即第二、三段是跃变的。后面讨论中假定  $\theta_1$  和  $\theta_2$  不大以致可用矩形波导模来近似喇叭中的波模。

由式(2-65)和(2-66)，在突变面  $S$  上，左侧的波的相位分布  $\Phi_1$  和右侧波的相位分布  $\Phi_2$  各为

$$\left. \begin{aligned} \Phi_1 &= -\frac{\pi a_1 \theta_1}{2\lambda} \left( \frac{4x^2}{a_1^2} + \frac{3y^2}{a_1^2} \right) \\ \Phi_2 &= -\frac{\pi a_2 \theta_2}{2\lambda} \left( \frac{4x^2}{a_2^2} + \frac{4y^2}{a_2^2} \right) \end{aligned} \right\} \quad (2-67)$$

当  $S$  面左侧以  $TE_{10}$  波激励时，按场匹配原理由式(2-51)有

$$E_0 \cos\left(\frac{\pi y}{a_1}\right) e^{j\Phi_1} = \sum_0^\infty \sum_0^\infty [A_{mn}^z f_x^H + B_{mn}^z f_x^E] e^{j\Phi_2} \quad (2-68)$$

得出式(2-68)时已设  $S$  面两边都无反射波，即  $\Gamma_{mn}^E = \Gamma_{mn}^H = 0$ ；因为假设激励场为  $\hat{x}$  向极化，右边也只有  $\hat{x}$  分量；此外，已取  $S$  面上为  $z=0$ 。

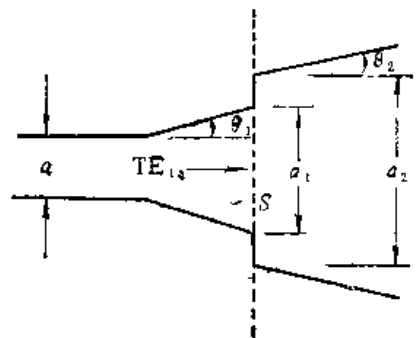


图 2-9 方口组合模喇叭



上面说过, 标数  $mn$  相同的 TE 模和 TM 模的分布函数相同, 即式(2-68)中  $f_x^H = f_x^E = f_x$ , 略去角标  $x$ , 令  $C_{mn} = A_{mn} + B_{mn}$  为组合模对  $EM_{mn}$  的振幅系数, 式(2-68)变为

$$E_0 \cos\left(\frac{\pi y}{a_1}\right) e^{j\Delta\Phi} = \sum \sum C_{mn} f \quad (2-69)$$

式中  $\Delta\Phi = \Phi_1 - \Phi_2$ 。

据波导理论知,  $f$  应是变量  $x$  或  $y$  的简谐函数之积, 即应是  $\cos(m\pi y/a_2)$ 、 $\sin(m\pi y/a_2)$ 、 $\cos(n\pi x/a_2)$  和  $\sin(n\pi x/a_2)$  构成的四种组合, 但究竟存在哪几种,  $m$  和  $n$  应取什么值则和激励源有关。对式(2-69)左边(激励源)作二重付里叶展开并结合矩形波导的边界条件, 就可看出分布函数  $f(x, y)$  应具有什么形式。

先对  $x$  展开。为使展开结果和波导模式一致, 令周期为  $2a_2$ , 并设

$$F(x, y) = E_0 \cos\left(\frac{\pi y}{a_1}\right) e^{j\Delta\Phi}$$

则按付里叶展开公式有

$$F(x, y) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n(y) \cos\left(\frac{n\pi x}{a_2}\right) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n(y) \sin\left(\frac{n\pi x}{a_2}\right)$$

因为  $F(x, y)$  是关于  $x$  的偶函数, 所以  $b_n(y) = 0$ , 而

$$a_n(y) = \frac{2}{a_2 \delta_n} \int_{-\frac{a_2}{2}}^{\frac{a_2}{2}} F(x, y) \cos\left(\frac{n\pi x}{a_2}\right) dx$$

式中  $\delta_n$  是符号,  $n=0$  时  $\delta_n=2$ ,  $n \neq 0$  时  $\delta_n=1$ 。得出上式时已考虑了积分限和付里叶各函数的模值缩小了一半, 因为仅当  $x$  从  $(-a_2/2)$  到  $a_2/2$  时  $F(x, y)$  不为零。

由  $F(x, y)$  可看出  $a_n(y)$  又是  $y$  的偶函数。再对  $y$  展开得

$$a_n(y) = \sum_{m=0}^{\infty} a_{mn} \cos\left(\frac{m\pi y}{a_2}\right)$$

$$\begin{aligned} a_{mn} &= \frac{2}{a_2 \delta_m} \int_{-\frac{a_2}{2}}^{\frac{a_2}{2}} a_n(y) \cos\left(\frac{m\pi y}{a_2}\right) dy \\ &= \frac{4}{a_2^2 \delta_m \delta_n} \int_{-\frac{a_2}{2}}^{\frac{a_2}{2}} \int_{-\frac{a_2}{2}}^{\frac{a_2}{2}} F(x, y) \cos\left(\frac{n\pi x}{a_2}\right) \cos\left(\frac{m\pi y}{a_2}\right) dx dy \end{aligned} \quad (2-70)$$

式中  $\delta_m$  和  $\delta_n$  的作用一样。因此

$$F(x, y) = \sum_0^{\infty} \sum_0^{\infty} a_{mn} \cos\left(\frac{m\pi y}{a_2}\right) \cos\left(\frac{n\pi x}{a_2}\right) \quad (2-71)$$

但这仅是数学上可能的展开。据边界条件, 当  $y = \pm a_2/2$  时, 场为零,  $m$  只能取奇数; 但波导的四个壁上不能全为零, 即当  $x = \pm a_2/2$  时, 场不为零, 这要求  $n$  为偶数。因此, 式(2-71)可改写为

$$E_0 \cos\left(\frac{\pi y}{a_1}\right) e^{j\Delta\Phi} = \sum_0^{\infty} \sum_0^{\infty} C_{2m+1, 2n} \cos\left[\frac{(2m+1)\pi y}{a_2}\right] \cos\left(\frac{2n\pi x}{a_2}\right) \quad (2-72)$$

$$C_{2m+1, 2n} = \frac{4}{a_2^2 \delta_{2n}} \int_{-\frac{a_1}{2}}^{\frac{a_1}{2}} \int_{-\frac{a_1}{2}}^{\frac{a_1}{2}} E_0 \cos\left(\frac{\pi y}{a_1}\right) e^{j\Delta\Phi} \times \cos\left[\frac{(2m+1)\pi y}{a_2}\right] \cos\left(\frac{2n\pi x}{a_2}\right) dx dy \quad (2-73)$$

得到式(2-73)时已计及  $m$  为任意值时  $\delta_{2m+1} = 1$  及积分只在  $-a_1/2$  到  $a_1/2$  有效。

可见，场匹配的模的数目比数学上应有的少了一半。从二重付里叶展开可看出，由于简谐函数的正交性，偶对称的激励产生偶对称的模；奇对称的激励产生奇对称的模；任意非对称的激励将同时产生偶对称的模和奇对称的模。这里的  $TE_{10}$  模的  $E$  面和  $H$  面场分布都是偶对称的，所以它激发的是两个主面同时为偶对称的模(余弦函数)。注意不要把场分布的这种“奇偶模准则”与  $m$  和  $n$  的奇偶性混淆。 $m$  和  $n$  非奇即偶，它们的奇偶性由激励波的驻波数目的奇偶性决定，也存在奇-奇，偶-偶的准则，即驻波数为奇数时激励产生的驻波数也是奇数的高次模。偶数情况亦然。例如  $TE_{10}$  波  $H$  面为一个驻波(奇数)，它激励驻波数  $m$  为奇的高次模，而  $E$  面驻波数为零(偶数)它激励驻波数  $n$  为偶的高次模。矩形波导中这两种奇偶准则对处理多模问题很有用，即根据激励的奇偶性质可立即决定应有哪种模来匹配而不必作函数展开。

组合模  $EM_{mn}$  的振幅系数  $C_{2m+1, 2n}$  由式(2-73)计算，并分以下几种情况来研究。

### 一、均匀波导

这时， $\theta_1 = \theta_2 = 0$ ， $a_1 = a_2 = a$ ， $\Delta\Phi = 0$

$$C_{2m+1, 2n} = \frac{4}{a^2 \delta_{2n}} \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} E_0 \cos\left(\frac{\pi y}{a}\right) \times \cos\left[\frac{(2m+1)\pi y}{a}\right] \cos\left(\frac{2n\pi x}{a}\right) dx dy$$

由正交性可知，仅当  $2m+1=1$  和  $n=0$  时  $C_{2m+1, 2n}$  不为零，这时  $\delta_{2n} = 2$ ，所以，仅有

$$C_{10} = \frac{4a}{a^2 \times 2} \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} E_0 \cos^2\left(\frac{\pi y}{a}\right) dy = E_0 \quad (2-74)$$

这是自然的，因为在均匀波导的情况下， $S$ 面左右两边的模式余等。

### 二、阶梯跃变

这时  $\theta_1 = \theta_2 = 0$ ， $a_1 = a$ ， $a_2 > a$ ， $\Delta\Phi = 0$

$$\begin{aligned}
C_{2m+1,2n} &= \frac{4}{a_2^2 \delta_{2n}} \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} E_0 \cos\left(\frac{\pi y}{a}\right) \\
&\quad \times \cos\left[\frac{(2m+1)\pi y}{a_2}\right] \cos\left(\frac{2n\pi x}{a_2}\right) dx dy \\
&= \frac{8E_0 a}{\pi^2 a_2} \frac{\sin\left(n\pi \frac{a}{a_2}\right)}{n \delta_{2n}} \frac{\cos\left[\frac{(2m+1)\pi}{2} \cdot \frac{a}{a_2}\right]}{1 - \left[\frac{(2m+1)a}{a_2}\right]^2}
\end{aligned} \tag{2-75}$$

得出式(2-75)时利用了积分公式

$$\int \cos px \cos qx dx = \frac{\sin(p+q)x}{2(p+q)} + \frac{\sin(p-q)x}{2(p-q)} \tag{2-76}$$

当  $m=0, n=0$  时对应  $TE_{10}$  波( $TM_{10}$  不存在), 即

$$C_{10} = A_{10} = E_0 \frac{4}{\pi} \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \frac{a}{a_2}\right)}{\left(\frac{a_2}{a}\right)^2 - 1} \tag{2-77}$$

定义“模变换比”  $T_{2m+1,2n}$  为

$$T_{2m+1,2n} = \frac{C_{2m+1,2n}}{E_0} \tag{2-78}$$

所以

$$T_{10} = \frac{C_{10}}{E_0} = \frac{4}{\pi} \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \frac{a}{a_2}\right)}{\left(\frac{a_2}{a}\right)^2 - 1} \tag{2-79}$$

当  $a_2 \rightarrow a$  时,  $T_{10} \rightarrow 1$ , 这是可以预料的。

更常用的另一种“模比”是  $S$  面右边传输的各模振幅系数与  $C_{10}$  之比, 通常说“模比”都是指这种含义的模比, 它是确定馈源辐射场的关键参数, 用  $M_{2m+1,2n}$  表示, 有

$$\begin{aligned}
M_{2m+1,2n} &= \frac{C_{2m+1,2n}}{C_{10}} = \frac{A_{2m+1,2n} + B_{2m+1,2n}}{A_{10}} \\
&= 2 \frac{\sin\left(n\pi \frac{a}{a_2}\right)}{\pi n \delta_{2n}} \frac{\cos\left[\frac{(2m+1)\pi}{2} \frac{a}{a_2}\right]}{\cos\left(\frac{\pi}{2} \frac{a}{a_2}\right)} \\
&\quad \times \frac{\frac{a}{a_2} \left[\left(\frac{a_2}{a}\right)^2 - 1\right]}{1 - \left[\frac{(2m+1)a}{a_2}\right]^2}
\end{aligned} \tag{2-80}$$

例如  $M_{10} = C_{10}/C_{10} = 1$

$$M_{30} = \frac{C_{30}}{C_{10}} = \frac{\cos\left(\frac{3\pi}{2} \frac{a}{a_2}\right)}{\cos\left(\frac{\pi}{2} \frac{a}{a_2}\right)} \frac{1 - \left(\frac{a}{a_2}\right)^2}{1 - \left(\frac{3a}{a_2}\right)^2}$$

$$M_{1,2} = C_{1,2}/C_{1,0} = \dots$$

从式(2-80)可看出, 在阶梯跃变的情况下, 各模之间不是同相就是反相。下面将看到, 变张角将引入不等于  $\pi$  的相位变化。

通常  $T_{1,0} \approx 1$ , 这时, 模变换比  $T_{2m+1,2n}$  和模比  $M_{2m+1,2n}$  近似相等。

### 三、一般情况

这时  $\theta_1 \neq \theta_2 \neq 0, a_1 \neq a_2 \neq a$ 。当  $\theta_1$  和  $\theta_2$  中有一个为零或  $a_2 = a_1 \neq a$  等一些特殊情况时, 可由下面一般结果简化得到。

为求得  $C_{2m+1,2n}$  的解析表达式, 对  $\Delta\Phi$  作如下近似。

$$\text{令 } A_0 \equiv \frac{2\pi\theta_1}{\lambda a_1}, B_0 \equiv -\frac{2\pi\theta_2}{\lambda a_2}$$

$$\begin{aligned} \text{则 } \Delta\Phi &= \Phi_1 - \Phi_2 = -(A_0 - B_0)(x^2 + y^2) \\ &= (A_0 - B_0) \frac{2a_1^2}{\pi^2} \left( 1 - \frac{\pi^2 x^2}{2a_1^2} + 1 - \frac{\pi^2 y^2}{2a_1^2} \right) - (A_0 - B_0) \frac{4a_1^2}{\pi^2} \end{aligned}$$

$$\text{令 } \Phi_0 \equiv (A_0 - B_0) \frac{2a_1^2}{\pi^2} = \frac{4a_1^2}{\lambda\pi} \left( \frac{\theta_1}{a_1} - \frac{\theta_2}{a_2} \right) \quad (2-81)$$

$$\text{并认为 } \cos\left(\frac{\pi x}{a_1}\right) \approx 1 - \frac{\pi^2 x^2}{2a_1^2}$$

$$\cos\left(\frac{\pi y}{a_1}\right) \approx 1 - \frac{\pi^2 y^2}{2a_1^2}$$

$$\text{则 } \Delta\Phi = \Phi_0 \left[ \cos\left(\frac{\pi x}{a_1}\right) + \cos\left(\frac{\pi y}{a_1}\right) \right] - 2\Phi_0 \quad (2-28)$$

代入式(2-73)并注意张角小时  $\Delta\Phi$  不大, 近似地

$$e^{j\Delta\Phi} \approx e^{-j2\Phi_0} \left\{ 1 + j\Phi_0 \left[ \cos\left(\frac{\pi x}{a_1}\right) + \cos\left(\frac{\pi y}{a_1}\right) \right] \right\}$$

于是可得

$$C_{2m+1,2n} = \frac{4E_0 e^{-j2\Phi_0}}{a_2^2 \delta_{2n}} [I + II + III] \quad (2-83)$$

式中 I, II, III 为下列三个积分; 对照式(2-75)可知, 积分 I 是截面阶梯跃变的贡献; 积分 II 是  $xoz$  面张角变化的贡献; 积分 III 是  $yoz$  面张角变化的贡献。

$$\begin{aligned} I &\equiv \int_{-\frac{a_1}{2}}^{\frac{a_1}{2}} \int_{-\frac{a_1}{2}}^{\frac{a_1}{2}} \cos\left(\frac{\pi y}{a_1}\right) \cos\left[\frac{(2m+1)\pi y}{a_2}\right] \cos\left(\frac{2n\pi x}{a_2}\right) dx dy \\ &= \frac{2a_1}{\pi} \cos\left[\frac{(2m+1)\pi}{2} \frac{a_1}{a_2}\right] \frac{1}{1 - \left[\frac{a_1}{(2m+1)a_2}\right]^2} \frac{a_2}{n\pi} \sin\left(n\pi \frac{a_1}{a_2}\right) \end{aligned} \quad (2-84)$$

$$II \equiv \int_{-\frac{a_1}{2}}^{\frac{a_1}{2}} \int_{-\frac{a_1}{2}}^{\frac{a_1}{2}} j\Phi_0 \cos\left(\frac{\pi y}{a_1}\right) \cos\left[\frac{(2m+1)\pi y}{a_2}\right] \cos\left(\frac{\pi x}{a_1}\right) \cos\left(\frac{2n\pi x}{a_2}\right) dx dy$$

$$= j\Phi_0 \left( \frac{2a_1}{\pi} \right)^2 \frac{\cos \left[ \frac{(2m+1)\pi}{2} \frac{a_1}{a_2} \right]}{1 - \left[ \frac{(2m+1)\pi}{2} \frac{a_1}{a_2} \right]^2} \frac{\cos \left( n\pi \frac{a_1}{a_2} \right)}{1 - \left( 2n \frac{a_1}{a_2} \right)^2} \quad (2-85)$$

$$\begin{aligned} \text{II} &\equiv \int_{-\frac{a_1}{2}}^{\frac{a_1}{2}} \int_{-\frac{a_1}{2}}^{\frac{a_1}{2}} j\Phi_0 \cos^2 \left( \frac{\pi y}{a_1} \right) \cos \left[ \frac{(2m+1)\pi y}{a_2} \right] \cos \left( \frac{2n\pi x}{a_2} \right) dx dy \\ &= j\Phi_0 \frac{\sin \left( n\pi \frac{a_1}{a_2} \right)}{n\pi} \frac{a_2^2}{(2m+1)\pi} \sin \left[ \frac{(2m+1)\pi}{2} \frac{a_1}{a_2} \right] \left[ 1 + \frac{1}{\left( \frac{2}{2m+1} \frac{a_2}{a_1} \right)^2} - 1 \right] \end{aligned} \quad (2-86)$$

#### 四、几种特殊情况

1.  $\theta_1 = \theta_2 = 0$ , 这时  $\Phi_0 = 0$ ,  $a_1 = a$ , 积分 II 和 III 为零, 退化为纯阶梯跃变情况。
2. 当  $\theta_1/a_1 = \theta_2/a_2$ ,  $\Phi_0 = 0$  且  $a_1 \neq a$  时, 积分 II 和 III 也为零, 即张角变化等于无作用, 结果相当于从  $a_1$  到  $a_2$  的阶梯跃变。
3. 当  $a_2 = a_1$ ,  $\theta_1 \neq \theta_2 \neq 0$ , 变成单纯张角变化, 这是常采用的激励多模的方式, 因为这种方式产生的反射比阶梯跃变的小。这时

$$\begin{aligned} C_{2m+1, 2n} &= \frac{4E_0 e^{-j2\Phi_0}}{a_2^2 \delta_{2n}} \left\{ \frac{\sin n\pi}{n\pi} \cos \left[ \frac{(2m+1)\pi}{2} \right] \frac{2a_1^2}{\pi [1 - (2m+1)^2]} \right. \\ &\quad + j\Phi_0 \cos \left[ \frac{(2m+1)\pi}{2} \right] \frac{\cos n\pi}{\pi^2} \frac{4a_1^2}{[1 - (2m+1)^2][1 - (2n)^2]} \\ &\quad \left. + j\Phi_0 \frac{\sin n\pi}{n\pi} \sin \left[ \frac{(2m+1)\pi}{2} \right] \frac{a_1^2}{(2m+1)\pi} \left[ 1 + \frac{1}{\left( \frac{2}{2m+1} \right)^2} - 1 \right] \right\} \quad (2-87) \end{aligned}$$

式中  $\Phi_0 = 4a_1(\theta_1 - \theta_2)/\lambda\pi$ 。

(1) 当  $m=0$ ,  $n=0$  时, 得

$$C_{10} = E_0 e^{-j2\Phi_0} \left[ 1 + j\Phi_0 \frac{14}{3\pi} \right] = A_{10} \quad (2-88)$$

可见张角的存在使主模振幅发生了变化, 但若  $\Phi_0 = 4a_1(\theta_1 - \theta_2)/\lambda\pi \ll 0.1$ , 可以认为  $|C_{10}| \approx E_0$ 。

(2) 当  $m=0$ ,  $n \neq 0$  时, 得

$$C_{1, 2n} = jE_0 e^{-j2\Phi_0} (-1)^{n+1} \frac{16a_1}{\lambda\pi^2} \frac{(\theta_1 - \theta_2)}{(2n)^2 - 1} \quad (2-89)$$

由式(2-87)导出式(2-89)时可知, 仅  $x$  方向的张角变化对  $C_{1, 2n}$  有贡献, 即式(2-87)中的第一项和第三项为零, 这就是说, 标数  $2n$  不为零的模是由于沿  $x$  方向的波前由平面变为曲面引起的。

当  $\Delta\theta = \theta_1 - \theta_2$  很小,  $C_{10} \approx E_0 \exp[-j2\Phi_0]$  时, 常用的头几个模的模比为

$$M_{1,2} = \frac{C_{1,2}}{C_{1,0}} \approx j \frac{16a_1}{3\lambda\pi^2} (\theta_1 - \theta_2)$$

$$M_{1,4} = \frac{C_{1,4}}{C_{1,0}} \approx -\frac{M_{1,2}}{5}$$

可见，变张角激发的高次模，都附加了  $90^\circ$  的相位，正负号与模的标数  $n$  及  $\Delta\theta$  有关。

(3) 当  $m \neq 0, n = 0$  时，式(2-87)的头两项为零，即仅  $y$  方向的张角变化对  $m \neq 0$  的模有贡献，并同样附加了  $90^\circ$  的相位

$$C_{2m+1,0} = (-1)^m j e^{-j2\Phi_0} E_0 \frac{8a_1}{\lambda\pi} \frac{(\theta_1 - \theta_2)}{(2m+1)\pi} \left[ 1 + \frac{1}{\left(\frac{2}{2m+1}\right)^2 - 1} \right] \quad (2-90)$$

例如，当  $C_{1,0} \approx E_0 \exp[-j2\Phi_0]$  时

$$M_{3,0} \approx \frac{j32a_1(\theta_1 - \theta_2)}{15\lambda\pi^2}$$

不言而喻， $m \neq 0$  的模是由于  $y$  方向的波前由平面变为曲面引起的。但是，高于一阶的高次模在设计时可以忽略，因为它们几乎相抵消。

(4) 当  $m$  和  $n$  同时不为零时， $C_{2m+1,2n} = 0$ ，即不存在  $m$  和  $n$  同为高次的模，这是纯变张角时的有趣情况。

总之，若张角很小时，变张角喇叭中可能存在的模式的模比公式为

当  $m \neq 0, n = 0$  时

$$M_{2m+1,0} = (-1)^m j \frac{8a_1}{\lambda\pi} \frac{(\theta_1 - \theta_2)}{(2m+1)\pi} \left[ 1 + \frac{1}{\left(\frac{2}{2m+1}\right)^2 - 1} \right] \quad (2-91)$$

当  $m = 0, n \neq 0$  时

$$M_{0,2n} = (-1)^{n+1} j \frac{16a_1(\theta_1 - \theta_2)}{\lambda\pi^2[(2n)^2 - 1]} \quad (2-92)$$

当然，若对相位不作式(2-82)的余弦近似，则各高次模的附加相位不等于  $\pm 90^\circ$ ，模比的量值也不同。若喇叭口径相位满足近同相条件，则多模馈源的方向图的解析表达式易求得。关于方口组合模馈源的设计资料不少，例如参考文献[10]、[11]、[12]、[13]等。

当只有一个面变张角时，便成为单脉冲天线中常用的  $E$  面波型器或  $H$  面波型器，这时的模比计算公式可由前述结果退化而得，详见第三章及本章参考文献[13]、[14]、[15]。

值得一提的是，在变张角情况下，各模在喇叭中的相速是变化的，由波程产生的相位差应以积分计算，方法与 § 2.6 中的一样。

## § 2.6 圆口组合模喇叭

和方口组合模喇叭一样，圆口组合模喇叭也出现于六十年代初<sup>[16]</sup>，P.D. Potter 提出的这种双模喇叭( $TE_{11} + TM_{11}$ )的优点是喇叭口径极化比单模  $TE_{11}$  的均匀，口径分布的圆对称性也好因而辐射场的圆对称性好，副瓣也低，是一种低噪声馈源。由于漏失小，效率也高。利用更多的模，可使赋形反射面效率达 0.7。

图 2-10 画出了圆波导沿  $x$  轴(主极化)和沿  $y$  轴的场强分布。由图可见, 沿  $y$  轴两模的分布相似, 都是边缘为零的锥削分布; 沿  $x$  轴则二者差别较大。但若使  $TE_{11}$  和  $TM_{11}$  适当

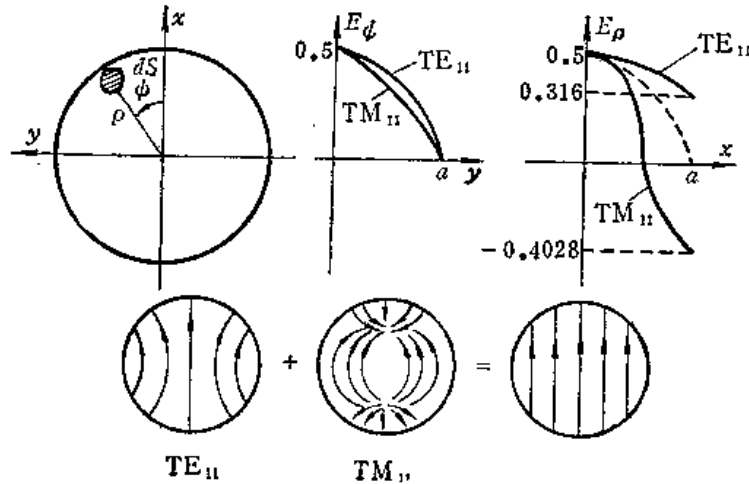


图 2-10 双模圆波导的场分布

组合, 则可使沿  $x$  轴的边缘场也为零。令  $A_{11}$  和  $B_{11}$  为  $TE_{11}$  和  $TM_{11}$  的振幅, 注意两种模最大值都标准化为 0.5(图 2-10), 则  $x$  轴边缘组合模场为零的条件是

$$A_{11} \times 0.316 + B_{11} \times (-0.4028) = 0$$

即

$$\frac{B_{11}}{A_{11}} = 0.7845$$

这时, 辐射场应有较佳的圆对称性和较低的副瓣。此外, 口径场的极化也比单一  $TE_{11}$  模均匀(图 2-10)。

和矩形喇叭一样, 一般用圆波导模来近似锥角不太大的圆锥喇叭中的模。下面首先计算圆波导各种模式的辐射场。这些运算是后面几节的基础。

### 一、圆波导 $TE_{mn}$ 模的辐射场

采用图 2-10 所示的圆口径坐标, 由式(2-35)得圆波导  $TE_{mn}$  模的横向场为(取一组解)

$$\left. \begin{aligned} E_\rho &= A_{mn} \frac{m J_m(K_{mn}^H \rho)}{K_{mn}^H \rho} \cos m\phi \\ E_\phi &= -A_{mn} J_m'(K_{mn}^H \rho) \sin m\phi \end{aligned} \right\} \quad (2-93)$$

其直角坐标分量为

$$\left. \begin{aligned} E_{ix} &= E_\rho \cos\phi - E_\phi \sin\phi \\ E_{iy} &= E_\rho \sin\phi + E_\phi \cos\phi \end{aligned} \right\} \quad (2-94)$$

与式代入式(2-56)即可求得  $N_x, N_y$  从而求得  $N_\theta$  和  $N_\phi$ 。令  $u = ka \sin\theta$ , 并作  $t = \rho/a$  变换, 用式(2-60)变化模分布函数及用式(2-63)完成对  $\phi$  的积分得

$$\left. \begin{aligned} N_x &= \pi a^2 A_{mn} j^{m-1} \left[ \cos m\phi \cos\phi \int_0^1 (A-B) t dt \right. \\ &\quad \left. + \sin m\phi \sin\phi \int_0^1 (A+B) t dt \right] \\ N_y &= -\pi a^2 A_{mn} j^{m-1} \left[ \sin m\phi \cos\phi \int_0^1 (A+B) t dt \right. \\ &\quad \left. - \cos m\phi \sin\phi \int_0^1 (A-B) t dt \right] \end{aligned} \right\} \quad (2-95)$$

$$\text{式中} \quad \left. \begin{aligned} A &\equiv J_{m-1}(K_{mn}^H a t) J_{m-1}(u t) \\ B &\equiv J_{m+1}(K_{mn}^H a t) J_{m+1}(u t) \end{aligned} \right\} \quad (2-96)$$

利用式(2-62)并注意  $J_m'(K_{mn}^H a) = 0$ , 得积分

$$\left. \begin{aligned} J_1 &\equiv \int_0^1 (A - B) t dt = \frac{2m J_m(K_{mn}^H a) J_m(u)}{K_{mn}^H a u} \\ J_2 &\equiv \int_0^1 (A + B) t at = 2 \frac{J_m'(u)}{1 - \left(\frac{u}{K_{mn}^H a}\right)^2} \cdot \frac{J_m(K_{mn}^H a)}{K_{mn}^H a} \end{aligned} \right\} \quad (2-97)$$

最后, 由式(2-55)得  $TE_{mn}$  模的辐射场为

$$\left. \begin{aligned} E_\theta &= -\frac{j}{2\lambda R} \left(1 + \frac{\alpha_{mn}^H}{k} \cos\theta\right) N_\theta \\ E_\phi &= \frac{-j}{2\lambda R} \left(\frac{\alpha_{mn}^H}{k} + \cos\theta\right) N_\phi \end{aligned} \right\} \quad (2-98)$$

$$\text{式中} \quad N_\theta = N_x \cos\phi + N_y \sin\phi = 2\pi a^2 j^{m-1} A_{mn} \frac{m J_m(k a \sin\theta)}{k a \sin\theta} \frac{J_m(K_{mn}^H a)}{K_{mn}^H a} \cos m\phi \quad (2-99)$$

$$\begin{aligned} N_\phi &= N_x \sin\phi - N_y \cos\phi \\ &= 2\pi a^2 j^{m-1} A_{mn} \frac{J_m'(k a \sin\theta)}{\left[1 - \left(\frac{k a \sin\theta}{K_{mn}^H a}\right)^2\right]} \frac{J_m(K_{mn}^H a)}{K_{mn}^H a} \sin m\phi \end{aligned} \quad (2-100)$$

## 二、圆波导 $TM_{mn}$ 模的辐射场

由式(2-40)知, 取横向场的一组解为

$$\left. \begin{aligned} E_\rho &= B_{mn} J_m'(K_{mn}^E \rho) \cos m\phi \\ E_\phi &= -B_{mn} \frac{m J_m(K_{mn}^E \rho) \sin m\phi}{K_{mn}^E \rho} \end{aligned} \right\} \quad (2-101)$$

计算其辐射场的过程与  $TE_{mn}$  模的相似。计及式(2-41), 得  $TM_{mn}$  模的辐射场为

$$\left. \begin{aligned} E_\theta \\ E_\phi \end{aligned} \right\} = \pm \frac{j}{2\lambda R} \cdot \left\{ \begin{aligned} \left(1 + \frac{\alpha_{mn}^E}{k} \cos\theta\right) N_\theta \\ \left(\frac{\alpha_{mn}^E}{k} + \cos\theta\right) N_\phi \end{aligned} \right\} \quad (2-102)$$

其中  $N_\phi = 0$

$$N_\theta = 2\pi a^2 j^{m-1} B_{mn} \frac{J_m(k a \sin\theta)}{k a \sin\theta} \frac{J_m'(K_{mn}^E a)}{1 - \left(\frac{K_{mn}^E a}{k a \sin\theta}\right)^2} \cos m\phi \quad (2-103)$$

即  $TM_{mn}$  模的辐射场只有  $E_\theta$  分量而无  $E_\phi$  分量, 且完全无轴向辐射, 因为  $\theta = 0$  时恒有  $N_\theta = 0$ 。

## 三、圆波导中多模组合的辐射场

各  $TE_{mn}$  模和  $TM_{mn}$  模在口径上无相移, 其组合的总辐射场为



$$E_{\theta} = \sum_m \sum_n j^m \frac{\pi a^2}{\lambda} \frac{e^{-jkR}}{R} \cos m\phi \left[ \left(1 + \frac{\alpha_{mn}^H}{k} \cos\theta\right) A_{mn} \frac{m J_m(u)}{u} \right. \\ \left. \times \frac{J_m(K_{mn}^H a)}{K_{mn}^H a} + \left(1 + \frac{\alpha_{mn}^E}{k} \cos\theta\right) B_{mn} \frac{J_m(u)}{u} \frac{J'_m(K_{mn}^E a)}{1 - \left(\frac{K_{mn}^E a}{u}\right)^2} \right] \quad (2-104)$$

$$E_{\phi} = - \sum_m \sum_n j^m \frac{\pi a^2}{\lambda} \frac{e^{-jkR}}{R} \sin m\phi \left( \frac{\alpha_{mn}^H}{k} \cos\theta \right) A_{mn} \frac{J'_m(u)}{1 - \left(\frac{u}{K_{mn}^H a}\right)^2} \\ \times \frac{J_m(K_{mn}^H a)}{K_{mn}^H a} \quad (2-105)$$

对于 EM<sub>11</sub> 模, 即  $m=n=1$  时, 令

$$E_0 = j \frac{\pi a^2}{\lambda} \frac{e^{-jkR}}{R} A_{11}, \quad M_{11} = \frac{B_{11}}{A_{11}}$$

由上两式得

$$E_{\theta} = E_0 \cos\phi \frac{J_1(u)}{u} \left[ \left(1 + \frac{\alpha_{11}^H}{k} \cos\theta\right) \frac{J_1(K_{11}^H a)}{K_{11}^H a} \right. \\ \left. + \left(1 + \frac{\alpha_{11}^E}{k} \cos\theta\right) M_{11} \frac{J'_1(K_{11}^E a)}{1 - \left(\frac{K_{11}^E a}{u}\right)^2} \right] \quad (2-106)$$

$$E_{\phi} = -E_0 \sin\phi \left( \frac{\alpha_{11}^H}{k} + \cos\theta \right) \frac{J'_1(u)}{1 - \left(\frac{u}{K_{11}^H a}\right)^2} \frac{J_1(K_{11}^H a)}{K_{11}^H a} \quad (2-107)$$

在取波导横场式(2-93)和式(2-101)时, 主极化为  $E_x$ , 所以  $E$  面和  $H$  面辐射场各为

$$E_E = E_{\theta}(\phi=0), \quad E_H = E_{\phi}(\phi=90^\circ)$$

通过  $E_H$ , 可以发现  $E_{11}$  模和  $H_{11}$  模迭加后对展宽  $E$  面( $\phi=0$ )主瓣和减小副瓣的作用。为此, 设  $\alpha_{11}^H \approx \alpha_{11}^E \approx k$ , 因为

$$J'_1(K_{11}^H a) = 0, \quad K_{11}^H a = 1.841, \quad J_1(1.841) \approx 0.58$$

$$J_1(K_{11}^E a) = 0, \quad K_{11}^E a = 3.832, \quad J'_1(3.832) \approx -0.4$$

所以

$$E_E = -\frac{0.58}{1.841} E_0 \frac{J_1(u)}{u} \cos\phi (1 + \cos\theta) \left[ 1 - \frac{1.27 M_{11}}{1 - \left(\frac{3.832}{u}\right)^2} \right] \quad (2-108)$$

式中  $-1.27 M_{11}$  是  $\phi=0$  时, 波导边缘 TM<sub>11</sub> 模的场强对 TM<sub>11</sub> 模场强之比, 而  $M_{11} = B_{11}/A_{11}$  则是波导中心场强之比。当  $B_{11}$  和  $A_{11}$  同相时, 式(2-108)表明这时在主瓣区( $u = k a \sin\theta$  较小) TM<sub>11</sub> 模加强了除  $\theta=0$  以外的方向的辐射, 即展宽主瓣(注意  $u$  较小时  $1 - (3.832/u)^2$  是负值)。当  $u$  较大即偏角  $\theta$  较大时 TM<sub>11</sub> 模和 TE<sub>11</sub> 模的方向图几乎一致, 主要由因子  $J_1(u)/u$  决定。但两模符号相反, TM<sub>11</sub> 模起了削弱 TE<sub>11</sub> 模副瓣的作用。这些情况由图 2-11 可以看得更清楚。计算表明,  $E$  面副瓣电平可从 TE<sub>11</sub> 模的  $-20$  dB 降到约  $-40$  dB, 实测值约  $-30$  dB。

实践表明,当  $B_{11}/A_{11}$  约为 0.5 时,可以得到很好的主瓣圆对称及小副瓣性能,但喇叭增益略为下降,这主要是  $E$  面波瓣展宽的结果。但作为馈源,天线总增益提高了。

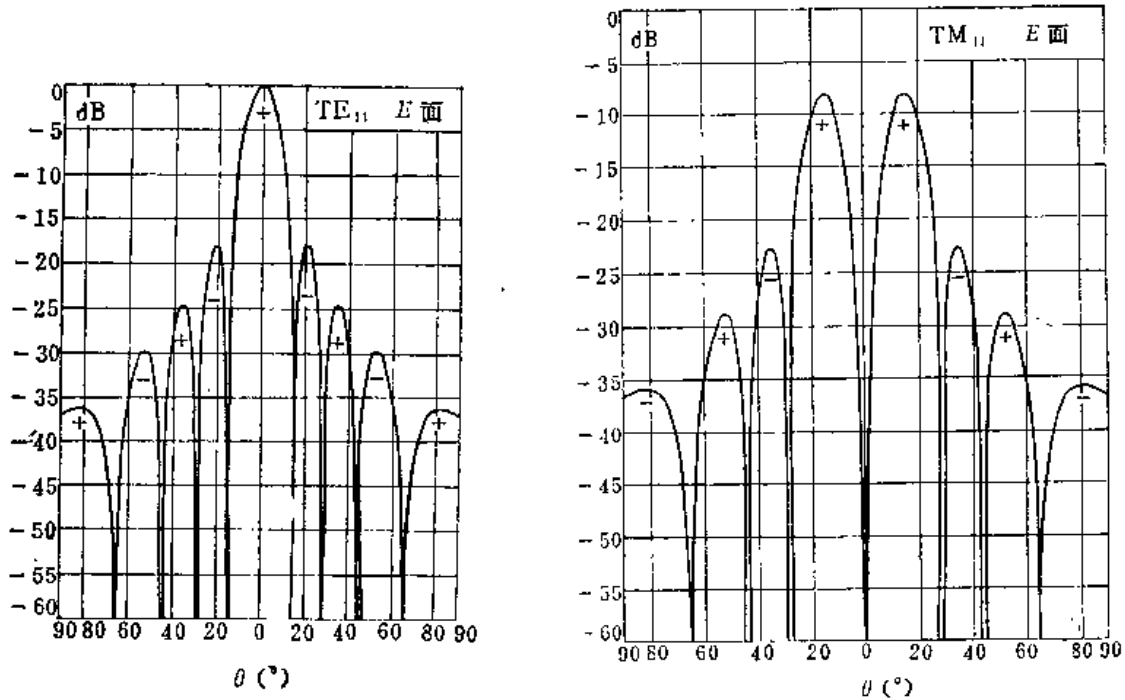


图 2-11 圆  $TE_{11}$  和  $TM_{11}$  模的  $E$  面方向图

为了在辐射口径上得到稳定的模式,通常在激励面  $S$  与口径之间为一波导传输段。显然各模在这段波导中的移相量为  $\Phi = \alpha_{mn} l$ , 这里  $\alpha_{mn}$  代表  $\alpha_{mn}^H$  或  $\alpha_{mn}^E$ ,  $l$  是波导长度。例如,若  $\Phi_{11}^H = \alpha_{11}^H l$ ,  $\Phi_{11}^E = \alpha_{11}^E l$ ,  $\Delta\Phi_l = \Phi_{11}^E - \Phi_{11}^H$ ,  $\Delta\Phi_d = \arg(B_{11}/A_{11})$ , 则计及波导段的移相作用后  $EM_{11}$  的辐射场的  $E_\theta$  由式(2-106)变为

$$E_\theta = E_0 \cos\phi \frac{J_1(u)}{u} \left[ \left( 1 + \frac{\alpha_{11}^H}{k} \cos\theta \right) \frac{J_1(K_{11}^H a)}{K_{11}^H a} + \left( 1 + \frac{\alpha_{11}^E}{k} \cos\theta \right) |M_{11}| e^{-(\Delta\Phi_d + \Delta\Phi_l)} \frac{J_1'(K_{11}^E a)}{1 - \left( \frac{K_{11}^E a}{u} \right)^2} \right] \quad (2-109)$$

而  $E_\phi$  仍同式(2-107), 因为对  $E_\phi$  有贡献的只有  $EM_{11}$  的横电模  $TE_{11}$ 。

显然,当存在其它更多的模式时,只须在式(2-104)和(2-105)中计及各模的移相量即可。

#### 四、组合模圆锥喇叭的辐射场

当锥角不是太大时,通常用圆波导模来近似圆锥喇叭中的模。同时,还要把如下两个因素计入。

(1) 在式(2-97)的积分中应把球面波前考虑进去,即这两个积分变为

$$\left. \begin{aligned} J1' &= \int_0^1 (A - B) e^{-j\Phi_m t^2} t dt \\ J2' &= \int_0^1 (A + B) e^{-j\Phi_m t^2} t dt \end{aligned} \right\} \quad (2-110)$$

式中  $\Phi_m = (\pi d_c \theta / 2\lambda)$  是喇叭口径边缘相位差,  $\theta$  和  $d_c$  为喇叭半锥角和口径直径。这时的辐射

场无解析表达式。

(2) 应把各模式在喇叭段中的相位移考虑进去。请看图 2-12, 设喇叭段长为  $l$ , 起始处直径为  $2a$ , 口径直径为  $2a_b$ 。因喇叭中内径由  $2a$  变为  $2a_b$ , 所以  $TE_{mn}$  和  $TM_{mn}$  模的导内波数是变化的, 即

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{mn}^H &= \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{1 - \left( \frac{\lambda \mu_{mn}}{\rho 2\pi} \right)^2} \\ \alpha_{mn}^E &= \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{1 - \left( \frac{\lambda \nu_{mn}}{\rho 2\pi} \right)^2} \end{aligned} \right\} \quad (2-111)$$

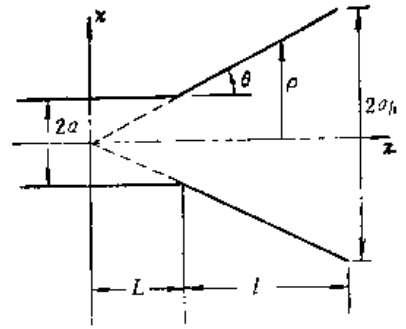


图 2-12 喇叭段的相位移

各模附加的波程相位移为

$$\left. \begin{aligned} \Phi_{mn}^H &= \int_L^{L+l} \alpha_{mn}^H dz \\ \Phi_{mn}^E &= \int_L^{L+l} \alpha_{mn}^E dz \end{aligned} \right\} \quad (2-112)$$

在辐射的计算中把各模系数  $A_{mn}$  和  $B_{mn}$  变成  $A_{mn} \exp(-j\Phi_{mn}^H)$  和  $B_{mn} \exp(-j\Phi_{mn}^E)$  即可。

因为  $z = \rho \cot \theta$ ,  $dz = \cot \theta d\rho$ , 所以式(2-112)变为

$$\left. \begin{aligned} \Phi_{mn}^H &= \int_a^{a_b} \alpha_{mn}^H \cot \theta d\rho \\ \Phi_{mn}^E &= \int_a^{a_b} \alpha_{mn}^E \cot \theta d\rho \end{aligned} \right\} \quad (2-113)$$

例如  $EM_{11}$  的两个成分的相位差为

$$\begin{aligned} \Delta\Phi_l &= \Phi_{11}^E - \Phi_{11}^H = \int_a^{a_b} (\alpha_{11}^E - \alpha_{11}^H) \cot \theta d\rho \\ &= -2\pi \cot \theta \left\{ \left[ \sqrt{\left( \frac{a_b}{x} \right)^2 - \left( \frac{\mu_{11}}{2\pi} \right)^2} - \sqrt{\left( \frac{a_b}{\lambda} \right)^2 - \frac{\nu_{11}}{4\pi^2}} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \left( \frac{\mu_{11}}{2\pi} \cos^{-1} \frac{\mu_{11}\lambda}{2\pi a_b} \right) + \left( \frac{\nu_{11}}{2\pi} \cos^{-1} \frac{\nu_{11}\lambda}{2\pi a_b} \right) \right] \right. \\ &\quad \left. - \left[ \sqrt{\left( \frac{a}{\lambda} \right)^2 - \left( \frac{\mu_{11}}{4\pi} \right)^2} - \sqrt{\left( \frac{a}{\lambda} \right)^2 - \frac{\nu_{11}}{4\pi^2}} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \left( \frac{\mu_{11}}{2\pi} \cos^{-1} \frac{\mu_{11}\lambda}{2\pi a} \right) + \left( \frac{\nu_{11}}{2\pi} \cos^{-1} \frac{\nu_{11}\lambda}{2\pi a} \right) \right] \right\} \quad (2-114) \end{aligned}$$

显然, 如果用别的模的特征值代换上式中的  $\mu_{11}$  和  $\nu_{11}$ , 同样可求得任意两个模的波程相移之差。值得指出, 标数  $mn$  相同的圆  $TE_{mn}$  模和圆  $TM_{mn}$  模具有不同的特征值  $\mu_{mn}$  和  $\nu_{mn}$ , 从而相速不同, 这是不同于矩形波导模的。

### 五、圆锥变张角喇叭的模变换

圆锥组合模喇叭的模激励原则上也可采取阶梯跃变加变张角的方法, 比较多见的是多次变张角的方法。下面研究一种典型情况, 即在圆  $TE_{mn}$  波激励时变张角喇叭的模变换

(图2-13)。

参照式(2-67), 在圆口径情况下(直径为 $2a$ ),

$$\left. \begin{aligned} \Phi_1 &= -\frac{\pi a \theta_1}{\lambda} \left(\frac{\rho}{a}\right)^2 \\ \Phi_2 &= -\frac{\pi a \theta_2}{\lambda} \left(\frac{\rho}{a}\right)^2 \\ \Delta\Phi &= \Phi_1 - \Phi_2 = -\Phi_M \left(\frac{\rho}{a}\right)^2 \\ \Phi_M &= \frac{\pi a}{\lambda} (\theta_1 - \theta_2) \end{aligned} \right\} \quad (2-115)$$

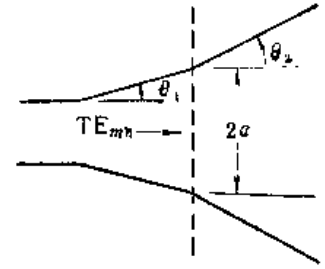


图 2-13 圆锥变张角喇叭

由式(2-93)和(2-101),  $TE_{mn}$ 模激励的场匹配为(设激励波的振幅系数为1)对 $E_\rho$

$$\begin{aligned} \frac{m J_m(K_{mn}^H \rho) \cos m\phi}{K_{mn}^H \rho} e^{-j\Delta\Phi} &= \sum_{n=1}^{\infty} A_{mn} \frac{m J_m(K_{mn}^H \rho) \cos m\phi}{K_{mn}^H \rho} \\ &+ \sum_{n=1}^{\infty} B_{mn} J'_m(K_{mn}^E \rho) \cos m\phi \end{aligned} \quad (2-116)$$

对 $E_\phi$

$$\begin{aligned} J'_m(K_{mn}^H \rho) \sin m\phi e^{-j\Delta\Phi} &= \sum_{n=1}^{\infty} A_{mn} J'_m(K_{mn}^H \rho) \sin m\phi \\ &+ \sum_{n=1}^{\infty} B_{mn} \frac{m J_m(K_{mn}^E \rho)}{K_{mn}^E \rho} \sin m\phi \end{aligned} \quad (2-117)$$

得出上两式时已考虑到变张角喇叭在圆周方向无突变, 因而对 $\cos m\phi$ 或 $\sin m\phi$ 作付里叶展开后结果和它们本身相同, 即变张角不会激励出 $m$ 为其它数的新模。此外,  $n=0$ 的模在圆波导中是不存在的, 因为 $n$ 是函数根的序号。

为求得各被激励的模的系数 $A_{mn}$ 和 $B_{mn}$ , 作如下积分变换:

$$\begin{aligned} F_1(u) = \frac{N_\phi}{\pi a^2 j^{m-1}} &= \frac{j^{1-m}}{\pi} \int_0^{2\pi} \left\{ \int_0^1 [E_\rho \cos(\phi - \phi) \right. \\ &\left. - E_\phi \sin(\phi - \phi)] e^{j u t \cos(\phi - \phi)} t dt \right\} d\phi \end{aligned} \quad (2-118)$$

$$\begin{aligned} F_2(u) = \frac{N_\phi}{\pi a^2 j^{m-1}} &= \frac{-j^{1-m}}{\pi} \int_0^{2\pi} \left\{ \int_0^1 [E_\rho \sin(\phi - \phi) \right. \\ &\left. + E_\phi \cos(\phi - \phi)] e^{j u t \cos(\phi - \phi)} t dt \right\} d\phi \end{aligned} \quad (2-119)$$

可见这两个积分变换的物理意义是由横场 $E_\rho$ 和 $E_\phi$ 求辐射积分。这些运算在求圆波导辐射场

时已做过。对左边的激励源作如上两变换得

$$\left. \begin{aligned} F_{1L}(u) &= \cos m\phi \int_0^1 (A-B) e^{-j\phi_m t^2} t dt \\ F_{2L}(u) &= \sin m\phi \int_0^1 (A+B) e^{-j\phi_m t^2} t dt \end{aligned} \right\} \quad (2-120)$$

式中A和B见式(2-96)。对右边的被激励的波作变换得(注意以前已求过数 $N_e$ 和 $N_\phi$ )

$$\left. \begin{aligned} F_{1R}(u) &= 2\cos m\phi \left[ \sum_{n=1}^{\infty} A_{m,n} \frac{m J_m(u)}{u} \frac{J_m(K_{m,n}^H a)}{K_{m,n}^H a} \right. \\ &\quad \left. + \sum_{n=1}^{\infty} B_{m,n} \frac{J_m(u)}{u} \frac{J'_m(K_{m,n}^E a)}{1 - \left(\frac{K_{m,n}^E a}{u}\right)^2} \right] \\ F_{2R}(u) &= 2\sin m\phi \sum_{n=1}^{\infty} A_{m,n} \frac{J'_m(u)}{1 - \left(\frac{u}{K_{m,n}^H a}\right)^2} \frac{J_m(K_{m,n}^H a)}{K_{m,n}^H a} \end{aligned} \right\} \quad (2-121)$$

经变后的场匹配变为

$$F_{1L}(u) = F_{1R}(u), \quad F_{2L}(u) = F_{2R}(u) \quad (2-122)$$

利用贝塞尔函数及其导数的根的性质, 即可得系数 $B_{m,n}$ 和 $A_{m,n}$ 的表达式。

当 $u = K_{m,j}^E a$ 时,  $J_m(u) = 0$ ,  $F_{1R}(u)$ 中各项除 $TM_{m,j}$ 波外, (对应 $B_{m,j}$ ) 都为零, 即

$$F_{1R}(u) \Big|_{u=K_{m,j}^E a} = 2\cos m\phi B_{m,j} \frac{J_m(u)}{u} \frac{J'_m(u)}{1 - \left(\frac{K_{m,j}^E a}{u}\right)^2} \Big|_{u=K_{m,j}^E a}$$

这一结果的物理意义是S面的“辐射场”在 $u = K_{m,j}^E a$ 时仅 $TM_{m,j}$ 波对 $E_\phi$ 有贡献, 据场匹配式(2-122)得

$$B_{m,j} = \frac{F_{1L}(u)}{2\cos m\phi} \Big|_{u=K_{m,j}^E a} \frac{J_m(u)}{u} \frac{J'_m(u)}{1 - \left(\frac{K_{m,j}^E a}{u}\right)^2} \Big|_{u=K_{m,j}^E a}$$

求不定式最后得

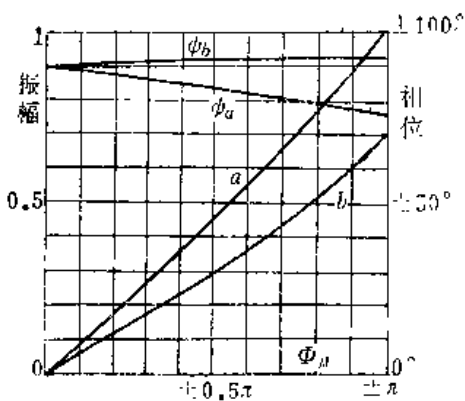
$$B_{m,j} = -\frac{F_{1L}(K_{m,j}^E a)}{[J'_m(K_{m,j}^E a)]^2} / \cos m\phi \quad (2-123)$$

与此类似, 当 $u = K_{m,j}^H a$ 时,  $J'_m(u) = 0$ ,  $F_{2R}(u)$ 中各项仅剩 $TE_{m,j}$ 波一项(对应 $A_{m,j}$ )。它的物理意义是只有 $TE_{m,j}$ 波对 $u = K_{m,j}^H a$ 方向的辐射场 $E_\phi$ 分量有贡献。结果得

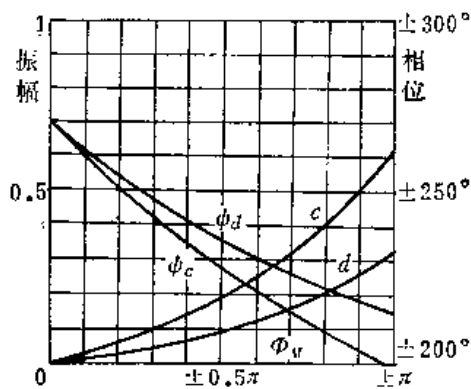
$$A_{m,j} = \frac{-F_{2L}(K_{m,j}^H a) / \sin m\phi}{J'_m(K_{m,j}^H a) J_m(K_{m,j}^H a)} \quad (2-124)$$

式中 $J'_m(x)$ 是贝塞尔函数的二阶导数。

章日荣及其同事们对这个课题作过很好的研究<sup>[17]</sup>。当激励波为 $TE_{1,1}$ 时的结果示于图2-14。



$$\frac{B_{11}}{A_{11}} = ae^{j\phi_a} \quad \frac{A_{12}}{A_{11}} = be^{j\phi_b}$$



$$\frac{B_{12}}{A_{11}} = ce^{j\phi_c} \quad \frac{A_{13}}{A_{11}} = de^{j\phi_d}$$

图 2-14 变张角圆锥喇叭的模比 (TE<sub>11</sub> 激励)

由图可见，模比随波前之差成正比关系，即 $\Phi_d$ 越大，各高次模越强。在图2-14中，当 $\Phi_d$ 为正时， $\Delta\Phi_d$ 取正号。反之为负。图中 $\Delta\Phi_d$ 以 $\phi_a$ 等表示。

参考文献[18]也对这个问题作了有益的研究，得到与图2-14相近的结果（见表2-1），其中 $a$ 和 $\lambda$ 的单位相同。有的参考文献<sup>9</sup>， $a$ 用英吋而 $\lambda$ 用厘米为单位，请留意区别。

表 2-1 变张角圆锥喇叭的模比公式， $\theta_1$ 和 $\theta_2$ 单位为“度”

$\frac{B_{11}}{A_{11}} = j0.733 \times 10^{-2} \frac{2a}{\lambda} (\theta_1 - \theta_2)$	$\frac{A_{12}}{A_{11}} = j0.522 \times 10^{-2} \frac{2a}{\lambda} (\theta_1 - \theta_2)$
$\frac{B_{12}}{A_{11}} = -1.86 \times 10^{-3} \frac{2a}{\lambda} (\theta_1 - \theta_2)$	$\frac{A_{13}}{A_{11}} = -j1.47 \times 10^{-3} \frac{2a}{\lambda} (\theta_1 - \theta_2)$

关于用阶梯加变张角激励多模的问题及设计圆锥组合模喇叭的许多问题请看参考文献[17]等。为了得到必要的模比，可以多次改变张角，这种方法反射较小但喇叭较长。阶梯变化可使喇叭较短但反射较大。须要注意的是，前述的计算中，既忽略了反射，又限于张角比较小。

本节和上一节都只讨论了用轴向具有最大辐射的矩TE<sub>10</sub>模和圆TE<sub>11</sub>模激励多模的问题。在单脉冲天线中，需要使用场分布奇对称，轴向辐射为零的模，分析方法与此相似。

## § 2.7 圆口混合模波纹喇叭

波纹喇叭是喇叭内壁开有深约 $\lambda/4$ 槽的喇叭，这种喇叭加工稍难，径向尺寸大，但性能优异，辐射方向图理论上可以做到圆对称和无交叉极化，且副瓣极低，效率很高。把它用作圆口抛物面天线的馈源，效率几乎达100%。但由于喇叭尺寸有限，其口径均不可能与抛物面的焦面场完全匹配，加上其它实际因素，实用的天线效率可达0.7~0.8。“同相”波纹喇叭( $\Phi_m < \pi/8$ )和“同相”光壁喇叭一样，方向图与口径尺寸关系密切，频带较窄，其近似相心也随口径散相值( $\Phi_m$ )而变化。但散相波纹喇叭( $\Phi_m > \pi$ )的方向图-15dB宽度在1.5:1的带宽内约等于喇叭张角而与喇叭口径电尺寸无关，即与 $d_c/\lambda$ 无关，近似相心也对频率不敏感，基本

上位于喇叭喉部。此外，波纹散相喇叭比光壁散相喇叭的方向图规则光滑。这些优点引起了人们对波纹喇叭的重视。

### 一、背景

波纹喇叭是一种混合模多模喇叭，它和前两节叙述的组合模喇叭几乎同时出现。最早的报告是美国的A.F.Kay提出的<sup>20'</sup>，它是散相光壁喇叭的逻辑发展。由于圆口波纹喇叭的方向图的完全圆对称性（即等化的方向图），以及各辐射面具有几乎重合的近似相位中心，Kay把这种喇叭称为标量馈源（The Scalar Feed），意即各辐射面的方向图和相心位置与口径电场取向无关。波纹喇叭热持续了将近二十年，七十年代末已趋成熟，国外的主要论文已收集在文献[21]中。我国的研究工作见文献[22]~[26]等。值得一提的是章日荣等同志的新作<sup>22'</sup>，其中反映了我国的独特成果和对波纹喇叭问题的精细研究。此外，波纹喇叭的著名研究者之一，澳大利亚的B.M.Thomas对波纹喇叭的设计做过很好的小结<sup>9'</sup>。另一著名研究者，英国的P.J.B.克拉里柯茨教授则以专著《微波天线中的波纹喇叭》作了总结，其中包含了八十年代的一些研究成果<sup>26'</sup>。

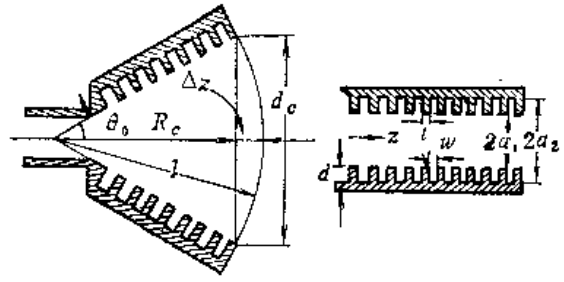


图 2-15 波纹喇叭和波纹波导

众所周知，光壁主模喇叭有如下缺点：

- (1) 喇叭口径边缘（主要是E面边缘）的绕射形成较大的副瓣、后瓣。
- (2) 各辐射面的相位中心不重合。
- (3) 无法得到圆对称方向图。
- (4) -10dB电平以外的场下降较慢。

上述缺点主要是由光壁主模喇叭固有的整体性质决定的。其中一个主要因素是喇叭口径的E面边缘的场强较大。实际上，喇叭口径的近场在E面已扩展到口径之外。从电流观点看，喇叭内E面壁的传导电流（它和喇叭内的与电场E相联系的位移电流连续）绕过喇叭口径流到喇叭外壁上，因而导致较大的副瓣等等。但H面边缘的绕射现象不严重，因为H面边缘场强很小，传导电流是横向的，不会沿纵向绕到喇叭外壁上。这些已被GTD（几何绕射理论）证实（图2-16）。

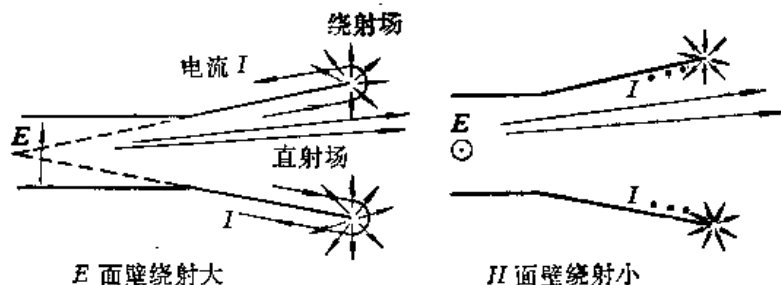


图 2-16 光壁喇叭的边缘绕射

当采用大张角散相喇叭以得到宽带方向图时<sup>201、11)</sup>，由于口径边缘相位偏差很大，E面边缘的绕射更严重，结果使方向图很粗糙。因此，人们采用微波技术中沿用多年的 $\lambda/4$ 扼流槽（在喇叭内壁开若干横向槽）来抑制喇叭内的这种有害的纵向电流，结果成功地降低了

$E$ 面边缘场强,使 $E$ 面方向图特性几乎和 $H$ 面完全一样,从而等化了方向图且降低了副瓣。

这种原始的扼流槽喇叭的槽较稀,传输特性对频率较敏感,后来用密槽解决了频敏问题。这种密槽的波纹喇叭(每波长开5~6个槽以上)的方向图示于图2-17(口径尺寸为 $8.9 \times 8.9\text{cm}^2, f = 10\text{GHz}$ )。值得一提的是,由于波纹喇叭的口径场分布在各辐射平面都和光壁喇叭的 $H$ 面情况类似(边缘为零的渐减分布),因此,用光壁喇叭 $H$ 面的方向图公式来计算在工程上是简便可行的。例如对矩形波纹喇叭,其 $E$ 面方向图也可用余弦律场分布的方向图来计算。

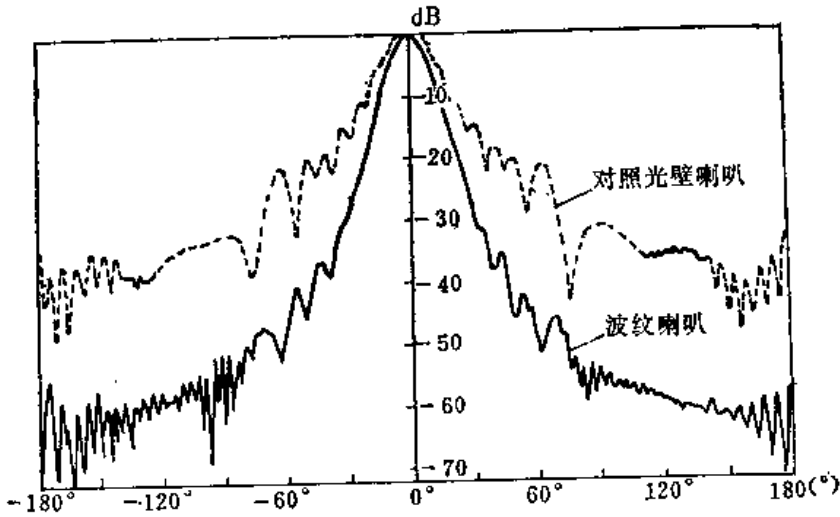


图2-17 方口波纹喇叭 $E$ 面方向图(实测)

进一步的理论研究证明<sup>[27]、[28]、[29]</sup>,圆口抛物面的焦面场恰和圆口波纹喇叭的圆柱混合模相同。因此,按场匹配原理,用理想的波纹喇叭可获得100%的天线效率。后面将看到,圆口喇叭得到完全圆对称方向图和零交叉极化的条件是喇叭内壁横场的切向分量( $E_\phi$ 和 $H_\phi$ )都等于零,即 $E_\phi$ 和 $H_\phi$ 有相同的零边界条件。光壁喇叭的金属壁是各向同性的,因而 $E_\phi = 0$ ,而 $H_\phi \neq 0$ ,但具有各向异性边界条件(壁上 $E_\phi = 0$ 而 $E_r \neq 0$ )的波纹壁却可能使 $E_\phi$ 和 $H_\phi$ 在边界上同为零。

限于篇幅,下面只研究圆口波纹喇叭的传输和辐射问题。实践中圆口波纹喇叭也比矩口波纹喇叭用得更多,而且也最能充分发挥波纹喇叭的特殊优点。

早在1948年就已对用在电子加速器中的波纹波导作过研究,当时只关心与方位无关的TM模(即 $\text{TM}_{m,0}$ 的 $m=0$ )。单脉冲天线中要用到 $m=0$ 的模。但最具有特色且最为重要的是与方位有关且 $m=1$ 的模。

同光壁波导情况一样,通常用波纹波导模来近似波纹喇叭中的模,文献[17]、[22]证明,即使喇叭锥角很大,这种近似也是可以允许的。

波纹波导的理论分析和光壁波导相似,差别仅是边界条件不同,从而得到麦克斯韦方程在新条件下的特解,可以预期,波纹波导和光壁波导含有内在联系,后者是前者的极限形式。

## 二、波纹波导中的混合模

如同处理光壁波导问题一样,这里也只取关于 $\phi$ 为驻波的一组解,例如TE和TM的



$E_\rho \propto \cos m\phi$ 的一组解，可由式(2-35)和(2-40)得TE和TM波的一般解为(略去 $e^{i\omega t}$ )  
TE波

$$\begin{aligned}
 E_\rho &= j\omega \frac{m}{\rho} [c_1 J_m(K\rho) + c_2 N_m(K\rho)] \cos m\phi e^{-i\alpha z} \\
 E_\phi &= -j\omega K [c_1 J'_m(K\rho) + c_2 N'_m(K\rho)] \sin m\phi e^{-i\alpha z} \\
 E_z &= 0 \\
 H_\rho &= \frac{j\alpha}{\mu} K [c_1 J'_m(K\rho) + c_2 N'_m(K\rho)] \sin m\phi e^{-i\alpha z} \\
 H_\phi &= \frac{j\alpha m}{\mu\rho} [c_1 J_m(K\rho) + c_2 N_m(K\rho)] \cos m\phi e^{-i\alpha z} \\
 H_z &= \frac{-K^2}{\mu} [c_1 J_m(K\rho) + c_2 N_m(K\rho)] \sin m\phi e^{-i\alpha z}
 \end{aligned} \tag{2-125}$$

TM波

$$\begin{aligned}
 E_\rho &= -\frac{j\alpha}{\epsilon} K [c_3 J'_m(K\rho) + c_4 N'_m(K\rho)] \cos m\phi e^{-i\alpha z} \\
 E_\phi &= \frac{j\alpha m}{\epsilon\rho} [c_3 J_m(K\rho) + c_4 N_m(K\rho)] \sin m\phi e^{-i\alpha z} \\
 E_z &= \frac{K^2}{\epsilon} [c_3 J_m(K\rho) + c_4 N_m(K\rho)] \cos m\phi e^{-i\alpha z} \\
 H_\rho &= \frac{-j\omega m}{\rho} [c_3 J_m(K\rho) + c_4 N_m(K\rho)] \sin m\phi e^{-i\alpha z} \\
 H_\phi &= -j\omega K [c_3 J'_m(K\rho) + c_4 N'_m(K\rho)] \cos m\phi e^{-i\alpha z} \\
 H_z &= 0
 \end{aligned} \tag{2-126}$$

在§2.6中已提到，在光壁圆波导中， $m$ 是沿 $\phi$ 方向的驻波数( $m$ 可为零)， $n$ 是沿 $\rho$ 方向的驻波数；不仅标数 $mn$ 不同的所有模相速一般都不相同，即使 $mn$ 相同的TE模和TM模的相速也是不同的。这些，加上功率正交条件式(2-52)表明，只要波导尺寸允许存在若干模式传播，则这些模将按自己特有的场结构和相速，携带各自的能量，互不相干地独立传播。它们之间允许以任意的能量比值组合(这决定于如何激励)而不受波导传输段的约束。有鉴于此，我们把光壁波导中的多模称为组合模，以标明各模之间的独立性。标数 $mn$ 相同的一对 $TE_{m,n}$ 和 $TM_{m,n}$ 模则称为组合模对 $EM_{m,n}$ 。下面可看到，波纹喇叭中的模对 $TE_{m,n} + TM_{m,n}$ 则不具有上述的独立性，因而称为混合模(或混合模对) $EH_{m,n}$ 。而标数 $mn$ 不同的各混合模(或混合模对)之间则具有前述的独立性(不同的相速、场结构，功率正交)，因而诸混合模对可以构成组合模。

参看图2-15。波纹波导中的场有如下几点与光壁波导不同：

(1) 波纹槽中 ( $a_1 < \rho < a_2$ ) 的场与圆筒中 ( $0 < \rho < a_1$ ) 的场不同, 不能象光壁波导那样用  $c_2 = c_4 = 0$  时的式 (2-125) 和 (2-126) 求得。

(2)  $\rho = a_1$  时电场切向分量各向同性 (全为零) 的条件已不满足。

(3) 由 (1) 和 (2), 波纹波导中不存在单独的 TE 或 TM 波, 特征方程式 (2-36) 和 (2-41) 已不成立。

不失一般性, 在  $0 < \rho < a_1$  的圆筒中, 场由 TE 和 TM 迭加。注意这个区域仍有  $c_2 = c_4 = 0$  把式 (2-125) 和 (2-126) 相加可得  $0 < \rho < a_1$  区的场为

$$\begin{aligned}
 E_\rho &= -jc_m \frac{kJ_m(x)}{Kx} [\bar{\alpha}F_m(x) + mC] \cos m\phi e^{-j\alpha z} \\
 E_\phi &= jc_m \frac{kJ_m(x)}{Kx} [m\bar{\alpha} + CF_m(x)] \sin m\phi e^{-j\alpha z} \\
 E_z &= c_m J_m(x) \cos m\phi e^{-j\alpha z} \\
 H_\rho &= -jc_m \frac{k}{KW} \frac{J_m(x)}{x} [m + \bar{\alpha}CF_m(x)] \sin m\phi e^{-j\alpha z} \\
 H_\phi &= -jc_m \frac{k}{KW} \frac{J_m(x)}{x} [F_m(x) + \bar{m}\alpha C] \cos m\phi e^{-j\alpha z} \\
 H_z &= c_m \frac{C}{W} J_m(x) \sin m\phi e^{-j\alpha z}
 \end{aligned} \tag{2-127}$$

式中  $c_m = c_3 K^2 / \epsilon$ ,  $x = K\rho$ ,  $\bar{\alpha} = \alpha/k$ ,  $W = \sqrt{\mu/\epsilon}$

$$\begin{aligned}
 F_m(x) &= J'_m(x) \bigg/ \frac{J_m(x)}{x} \\
 C &= - \frac{c_1}{c_3} \frac{\omega\epsilon}{k} = - \frac{c_1}{c_3} \frac{k}{\omega\mu} = - \frac{c_1}{c_3} \frac{1}{W}
 \end{aligned} \tag{2-128}$$

由 (2-127) 式还知

$$C \propto WH_z / E_z \tag{2-129}$$

仿照上一节, 按标准化的圆波导模分布函数定义的 TE 模和 TM 模的模比是 [由式 (2-125) 和式 (2-126) ]

$$\frac{A_{mn}}{B_{mn}} = \frac{j\omega Kc_1}{-j\alpha Kc_3/\epsilon} = C \frac{k}{\alpha} \tag{2-130}$$

由式 (2-129) 和 (2-130) 可见,  $C$  与波纹波导中归一化纵向电纳  $WH_z/E_z$  有关, 且反映了 TE 模和 TM 模之间的比值。  $C > 0$  表明两模在波导中心同相。当  $k \approx \alpha$  且  $C = 1$  时, 表明两模的模比为 1。  $C$  称为混合系数, 有的则称为 mode-content factor, 意即成分比或含量比。由式 (2-130) 还可看出,  $C = 0$  对应纯 TM 波,  $C = \infty$  对应纯 TE 波。

在波纹槽中 ( $a_1 < \rho < a_2$ ), 当槽宽  $w \ll \lambda$  时, 不可能存在与  $z$  轴垂直的电场分量, 即应有  $E_\rho = E_\phi = 0$ 。这点不难由  $H$  面扇形喇叭的情况得到理解。但是槽中可有  $E_z \neq 0$ , 也就是说,

从沿 $\rho$ 方向传输的径向波导的角度看,槽中只能有纵磁波(LM)。而从沿 $z$ 方向传播的导波的角度看,只能存在TM波( $E_z \neq 0$ ),从式(2-126)知, TM波若有 $E_\phi = E_\rho = 0$ ,则只有 $\alpha = 0$ 才能满足,即波纹槽中只能存在沿 $z$ 方向不传输的TM模。把 $\alpha = 0$ ,  $K = \sqrt{k^2 - \alpha^2} = k$ 代入式(2-126)得槽内场为 ( $a_1 < \rho < a_2$ )

$$\left. \begin{aligned} E'_z &= \frac{k^2}{\epsilon} [c_5 J_m(k\rho) + c_6 N_m(k\rho)] \cos m\phi \\ H'_\rho &= -j\omega \frac{m}{\rho} [c_5 J_m(k\rho) + c_6 N_m(k\rho)] \sin m\phi \\ H'_\phi &= -j\omega k [c_5 J'_m(k\rho) + c_6 N'_m(k\rho)] \cos m\phi \\ E'_\rho &= E'_\phi = H'_z = 0 \end{aligned} \right\} \quad (2-131)$$

由边界条件 $\rho = a_2$ 时 $E_z = 0$  (金属壁)得

$$c_6 = -c_5 J_m(ka_2) / N_m(ka_2) \quad (2-132)$$

令  $d_m = k^2 c_5 / \epsilon$ , 得槽内场为

$$\left. \begin{aligned} E'_z &= \frac{d_m}{N_m(ka_2)} [J_m(k\rho)N_m(ka_2) - N_m(k\rho)J_m(ka_2)] \cos m\phi \\ H'_\rho &= \frac{-jmd_m}{k\rho W N_m(ka_2)} [J_m(k\rho)N_m(ka_2) - N_m(k\rho)J_m(ka_2)] \sin m\phi \\ H'_\phi &= \frac{-jdm}{W N_m(ka_2)} [J'_m(k\rho)N_m(ka_2) - N'_m(k\rho)J_m(ka_2)] \cos m\phi \end{aligned} \right\} \quad (2-133)$$

注意圆筒中的场在 $\rho = a_1$ 时 $E_\phi = 0$ , 则

$$\left. \begin{aligned} m\bar{\alpha} + CF_m(Ka_1) &= 0 \\ C &= \frac{-m\bar{\alpha}}{F_m(Ka_1)} \end{aligned} \right\} \quad (2-134)$$

按表面波理论,波纹槽表面的切向电场与磁场之比定义为表面阻抗。按场匹配原理,用圆筒内的场表示的表面阻抗  $E_z/H_\phi$  和用槽内场表示的表面阻抗  $E'_z/H'_\phi$  应相等。据此,由式(2-127)、(2-133)和(2-134)得波纹波导的特征方程为

$$F_m(Ka_1) - \frac{(m\bar{\alpha})^2}{F_m(Ka_1)} = \left(\frac{K}{k}\right)^2 S_m \quad (2-135)$$

或 
$$m\bar{\alpha} \left( C - \frac{1}{C} \right) = \left(\frac{K}{k}\right)^2 S_m \quad (2-136)$$

式中

$$S_m = ka_1 \frac{J'_m(ka_1)N_m(ka_2) - N'_m(ka_1)J_m(ka_2)}{J_m(ka_1)N_m(ka_2) - N_m(ka_1)J_m(ka_2)} \quad (2-137)$$

在进行上述的“表面阻抗匹配”时隐含有如下假设,即波纹齿的厚度 $t$ 和槽宽 $w$ 满足 $t \ll \lambda$ 和 $(t/w) \ll 1$ 的关系,因而可以忽略不计齿面上( $\rho = a_1$ ) $E_z = 0$ 的影响。显然 $t$ 和 $w$ 可比拟时,特征方程应和上面不同,须用周期结构理论来分析。作为一种近似处理方法,当

$t$  不太大时, 为考虑齿厚  $t$  的影响可以用平均表面阻抗  $Zw/P$  进行场匹配 ( $Z = E_z/H_\phi, P = w + t$ )。结果是各式中的  $S_m$  被  $S_m P/w$  代替。为了简明起见, 我们只研究  $P \approx w$  的情况, 即特征方程与  $t, w, P$  无关。理论和实践还表明, 当  $w/P \approx 0.5$  时, 这种近似的误差也是不大的, 这点为设计毫米波稀槽喇叭提供了依据。

圆波纹波导的槽又可看成径向传输线, 因此表面阻抗就是径向传输线的输入阻抗, 即归一化输入阻抗为

$$z = \frac{Z}{W} = \frac{-E'_z}{WH'_\phi} \Big|_{\rho=a_1} = \frac{-jka_1}{S_m} \quad (2-138)$$

它是一个纯电抗, 因此归一化电纳为

$$y = \frac{1}{z} = j \frac{S_m}{ka_1} \quad (2-139)$$

$S_m > 0$  时是容抗, 反之为感抗。当  $ka_1 \gg m$  时由 (2-137) 式得

$$-\frac{S_m}{ka_1} \approx - \left[ \text{ctg}kd + \frac{1}{2ka_1} \right] \quad (2-140)$$

式中  $d$  是槽深。可见在  $ka_1$  不是很大时, 归一化输入导纳不仅与  $d$  有关, 也与  $a_1$  有关。

由式 (2-135) ~ (2-137) 可看出, 当波纹波导的几何尺寸  $a_1$  和  $a_2$  一旦确定, 特征值  $K$  (也是临界波数)、相对传播常数  $\bar{\alpha}$  及混合系数  $C$  都是确定的。这意味着波纹波导中不存在独立的 TE 模和 TM 模, 只有相互依存的混合模。这种混合模中的两种成分之比, 即横磁模和横电模的比例完全取决于波导的结构尺寸而和外部激励无关 (恰与光壁波导的组合模情况相反), 而且这两种成分有同一的特征值  $K$ , 从而有同一的相速。后面会看到, 波纹波导中也存在着各自独立的多模组合, 但这是各种阶次的混合模的组合。同一阶次的 TE 模和 TM 模构成不可分割的一体化的混合模对。据多数人的习惯, 把  $C > 0 (F_m < 0)$  的波称为 HE 波, 把  $C < 0 (F_m > 0)$  的波称为 EH 波。前者的辐射场交叉极化小, 后者的则较大, 并且前者的辐射场一般有大大的轴向辐射, 而后者的较小乃至为零。为了弄清波纹波导中混合模的性质, 经通讯测控研究所研究发现<sup>22</sup>, 特征值  $K$  不仅可能取实数和虚数, 也可能取复数, 随着  $Ka_1$  值的变化, 波纹波导的工作模式可能为 EH、TE、HE、TM 四种类型, 即介于混合模之间的是通常的 TE、TM 两种类型。

### 三、波纹波导的辐射场

因为波纹波导中的场由 TE 和 TM 模混合, 其辐射场的计算和上一节相似。把式 (2-127) 代入式 (2-58) 和 (2-59) 得

$$E_\theta = \pi a^2 j^{m-1} \frac{e^{-jkr}}{2\lambda R} c_m \frac{k}{K} \cos m\phi [(\bar{\alpha} + \cos\theta)I_1 + C(1 + \bar{\alpha}\cos\theta)I_2] \quad (2-141)$$

$$E_\phi = -\pi a^2 j^{m-1} \frac{e^{-jkr}}{2\lambda R} c_m \frac{k}{K} \sin m\phi [C(\bar{\alpha} + \cos\theta)I_1 + (1 + \bar{\alpha}\cos\theta)I_2] \quad (2-142)$$

式中

$$\left. \begin{aligned} I_1 &= \int_0^1 (A+B) t dt \\ I_2 &= \int_0^1 (A-B) t dt \end{aligned} \right\} \quad (2-143)$$

$$\left. \begin{aligned} A &\equiv J_{m-1}(Ka_1 t) J_{m-1}(ut) \\ B &\equiv J_{m+1}(Ka_1 t) J_{m+1}(ut) \end{aligned} \right\} \quad (2-144)$$

积分 $I_1$ 和 $I_2$ 与光壁圆波导中的式(2-97)几乎完全一样, 不同之处是波纹波导中一般没有光壁波导具有的条件式(2-36)和(2-41)式。结果得

$$I_1 = 2 \frac{J'_m(u) Ka_1 J_m(Ka_1) - J'_m(Ka_1) u J_m(u)}{(Ka_1)^2 - u^2} \quad (2-145)$$

$$I_2 = 2 \frac{m J_m(Ka_1) J_m(u)}{Ka_1 u} \quad (2-146)$$

把波纹波导的辐射场公式和光壁波导的相互对照, 一个显著不同之处是波纹波导的辐射场的 $E_\theta$ 和 $E_\phi$ 分量都含有两种形式的惠更斯元因子, 且除了混合系数之外, 两个分量关于 $\theta$ 的变化完全相同, 当

$$C = \pm 1 \quad (2-147)$$

时 $E_\theta$ 和 $E_\phi$ 变为

$$\left. \begin{aligned} E_\theta &= E_0 \cos m\phi [(\bar{\alpha} + \cos\theta) I_1 \pm (1 + \bar{\alpha} \cos\theta) I_2] \\ E_\phi &= \mp E_0 \sin m\phi [(\bar{\alpha} + \cos\theta) I_1 \pm (1 + \bar{\alpha} \cos\theta) I_2] \end{aligned} \right\} \quad (2-148)$$

式中

$$E_0 = \frac{\pi a^2 j^{m-1} e^{-jkr} c_m k}{2\lambda RK} \quad (2-149)$$

可见, 这时远场的数值 $E = \sqrt{E_\theta^2 + E_\phi^2}$ 与 $\phi$ 无关而仅与 $\theta$ 有关, 即方向图完全圆对称。若 $m=1$ , 则 $C=+1$ 时远场在 $xoy$ 上的投影只有 $E_x$ 分量而无交叉极化分量 $E_y$ , 而 $C=-1$ 时则只有 $E_y$ 分量而无 $E_x$ 分量。这一令人惊异的结果是由于混合模的惠更斯元因子与一般不同以及特殊的口径场分布所致。

$C = \pm 1$ 称为平衡混合态, 代入式(2-127)得平衡混合态下波纹波导的内场表达式(略去 $e^{-jkr}$ )

$$\left. \begin{aligned} E_\theta &= -jc_m \frac{k}{K} \frac{J_m(x)}{x} [\bar{\alpha} F_m(x) \pm m] \cos m\phi \\ E_\phi &= jc_m \frac{k}{K} \frac{J_m(x)}{x} [m\bar{\alpha} \pm F_m(x)] \sin m\phi \\ E_z &= c_m J_m(x) \cos m\phi \\ H_\theta &= -jc_m \frac{k}{K} \frac{1}{W} \frac{J_m(x)}{x} [m \pm \bar{\alpha} F_m(x)] \sin m\phi \\ H_\phi &= -jc_m \frac{k}{K} \frac{1}{W} \frac{J_m(x)}{x} [F_m(x) \pm m\bar{\alpha}] \cos m\phi \\ H_z &= \pm c_m \frac{1}{W} J_m(x) \sin m\phi \end{aligned} \right\} \quad (2-150)$$

分析式(2-150)可知:

(1) 在平衡混合态下, 边界条件式(2-134)不仅 $E_\phi$ 满足,  $H_\phi$ 也满足, 即

$$\left. \begin{aligned} C = \pm 1 \quad F_m(Ka_1) &= \mp m\bar{\alpha} \\ E_\phi = H_\phi &= 0 \quad (\rho = a_1) \end{aligned} \right\} \quad (2-151)$$

反之，如有条件  $H_\phi = E_\phi = 0 (\rho = a_1)$ ，则必有  $C = \pm 1$ 。可见，任意圆波导内若有边界上的电场和磁场的横向切向分量  $E_\phi$  和  $H_\phi$  同时为零，则可得到完全圆对称且无交叉极化的辐射场。波纹波导仅仅是一种特例。

(2) 在平衡混合态下，如  $\bar{\alpha} = \alpha/k \neq 1$  (一般如此)，波导内的横场分布与  $\phi$  有关而无完全的圆对称性，并且既有主极化  $E_x$ ，也存在交叉极化  $E_y$ 。有趣的是，恰因如此，在与一般情况不同的惠更斯元因子的配合下得到了零交叉极化且完全圆对称的远场。

(3) 当  $\bar{\alpha} \approx 1$ ，即工作频率比临界频率高得多时 ( $ka_1$  较大)，波导内的场在  $m \neq 1$  时仍无完全圆对称性且交叉极化也不等于零，这时的场表达式为

$$\left. \begin{aligned}
 &(\bar{\alpha} \approx 1, C = \pm 1) \\
 &E_\rho \approx \mp jc_m \frac{k}{K} J_{m\mp 1}(x) \cos m\phi \\
 &E_\phi = jc_m \frac{k}{K} J_{m\mp 1}(x) \sin m\phi \\
 &E_z = c_m J_m(x) \cos m\phi \\
 &H_\rho = -jc_m \frac{k}{K} \frac{1}{W} J_{m\mp 1}(x) \sin m\phi \\
 &H_\phi \approx \mp jc_m \frac{k}{K} \frac{1}{W} J_{m\mp 1}(x) \cos m\phi \\
 &H_z = \pm c_m \frac{1}{W} J_m(x) \sin m\phi
 \end{aligned} \right\} \quad (2-152)$$

可见，这时满足式 (2-54) 且  $|E_t/H_t| = W$ ，即波导的横电场和横磁场正交且波阻抗与波导中所填充的媒质的波阻抗相同。

(4) 仅当  $\bar{\alpha} = 1$  且  $m = 1$  及  $C = +1$  时，平衡混合态的波纹波导内的横场具有与  $\phi$  无关的完全圆对称分布且交叉极化场  $E_y$  为零。

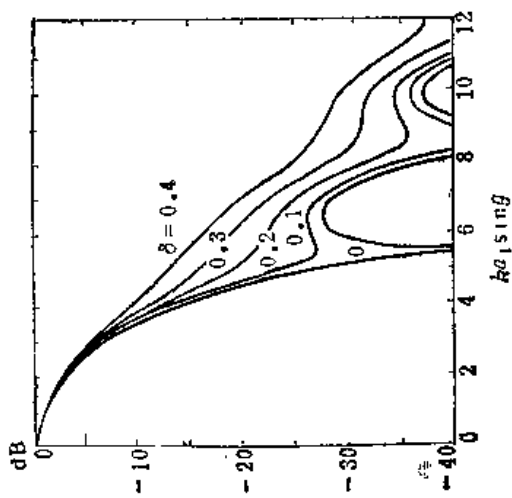
由上所述可以得出结论：不管  $\bar{\alpha}$  和  $m$  为何值，只要  $C = \pm 1$  就可得到完全圆对称的辐射场，但波导内场和辐射场一般都有交叉极化分量，且波导内的场无完全圆对称性。当  $m = 1, C = +1$  时，远场无交叉极化但波导内场有交叉极化且无完全圆对称。仅当  $m = 1, C = +1, \bar{\alpha} = 1$  时达到全部理想状态，即波导内场和辐射场都是完全圆对称和零交叉极化。

把  $\theta = 0$  代入式 (2-148) 得  $C = \pm 1$  时的轴向场

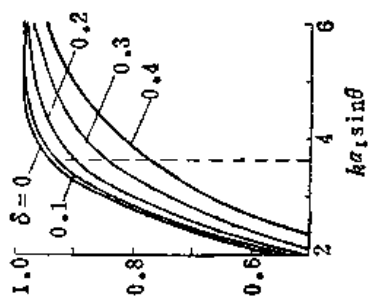
$$\begin{aligned}
 E(\theta = \phi = 0) &= E_0(1 + \bar{\alpha})(I_1 \pm I_2) \Big|_{\theta=0} \\
 &= \pm E_0(1 + \bar{\alpha}) \frac{J_m(Ka_1)}{Ka_1} \frac{J_{m-1}(u)}{u} \Big|_{u=0} \quad (2-153)
 \end{aligned}$$

式 (2-153) 表明，仅当  $m = 1$  且  $C = +1$  时有轴向不为零的辐射，而当  $m \neq 1$  或  $C = -1$  时，轴向辐射为零。这是因为  $J_i(0)$  除  $i = 0$  外都是零。可见作为高效率照射的应是  $m = 1$  的平衡混合模， $m \neq 1$  的模在单脉冲天线中无用。

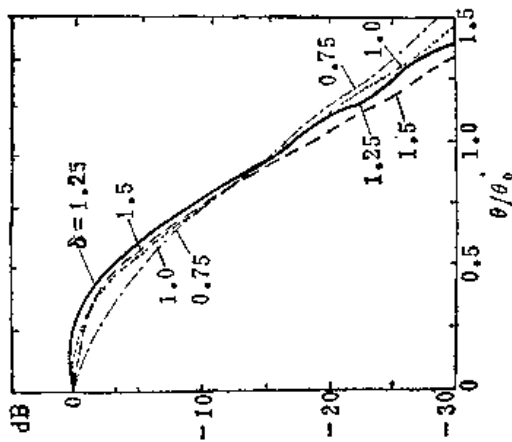
仔细研究式 (2-141) 和 (2-142) 不难看出，当  $m \neq 1, C$  为任何有限值时，轴向辐射都是零，在  $m = 1$  时， $C > 0$  有较大的轴向辐射， $C < 0$  则有较小的轴向辐射。因此，有的文献把具有轴向辐射的波称为 HE 波，而轴向辐射为零的波称为 EH 波。这种称呼的另一根据是：光壁波导



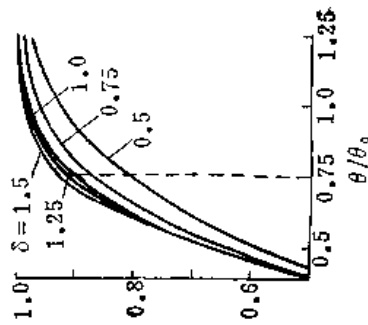
(a) 近同相喇叭方向图



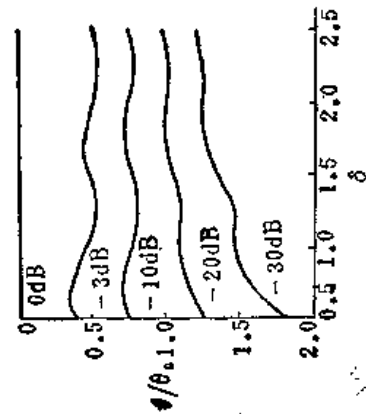
(b) 近同相喇叭截获效率



(c) 散相喇叭方向图

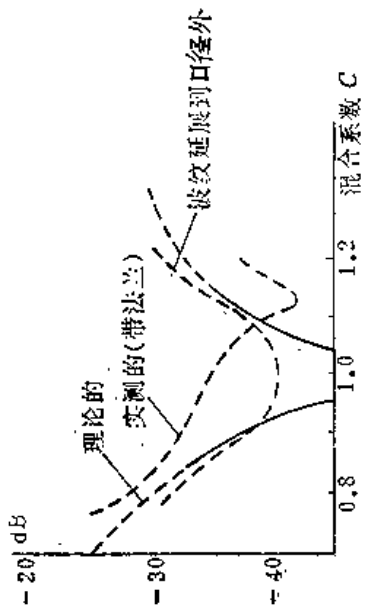


(d) 散相喇叭截获效率



(e)

(f) 相心与顶点的距离对  $\delta$  的比值



(g) 交叉极化电平(45°面)

图 2-18 圆口波纹喇叭的辐射特性

的E波(TM波)均无轴向辐射,而H波一般(例如TE<sub>11</sub>波)有最大的轴向辐射。但是,以轴向有无辐射来区分HE波和EH波仅在 $m=1$ 及 $|C|\approx 1$ 时才和用 $C$ 的正负号区分的定义统一。多数采用后一定义,即 $C>0$ 为HE, $C<0$ 为EH,在这种定义下,当 $m\neq 1$ 时,HE波的轴向辐射也是零。

#### 四、波纹喇叭的辐射场

和光壁时一样,求波纹喇叭的辐射场也可以近似地把积分式(2-143)的被积函数乘上一个平方律相位因子 $\exp(-j\Phi_m t^2)$ , $\Phi_m = \pi a_1 \theta / \lambda$ , $a_1$ 是口径内半径。图2-18是波纹喇叭辐射特性的一些计算结果<sup>19</sup>,全部是HE<sub>11</sub>模在 $c = +1$ 状态的,图中 $\delta$ 是球面波前与口径平面的最大偏差对波长 $\lambda$ 的比值(参见图2-15),即

$$\delta = \frac{\Delta z}{\lambda} = \frac{2a_1}{2\lambda} \operatorname{tg} \frac{\theta_0}{2} = \frac{l}{\lambda} \sin \theta_0 \operatorname{tg} \frac{\theta_0}{2}$$

$$\Phi_m = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta z = 2\pi\delta$$

当 $\delta = 0$ 时对应波纹波导。 $\delta < 0.4$ 对应近同相喇叭,通常张角 $\theta_0$ 较小,频带也较窄。 $\delta > 0.5$ 对应散相喇叭, $\theta_0$ 较大,频带较宽。由图可见:

- (1) 副瓣很低, $\delta = 0$ 时约 $-28\text{dB}$ (图2-18(a));
- (2) 散相喇叭波瓣宽度与口径电尺寸无关,即频带很宽(图2-18(c)和(e));
- (3) 当 $\delta > 0.5$ 时便具有散相喇叭的特点,且 $\delta$ 更大时,电平变化不大, $-10\text{dB}$ 角 $\theta_{10} \approx 0.75\theta_0$ , $-15\text{dB}$ 角 $\theta_{15} \approx \theta_0$ (图2-18(e));
- (4) 波束效率很高(图2-18(b)和(d)),在 $-10\text{dB}$ 角内,能量截获达90%;
- (5) 近同相喇叭( $\delta \approx 0$ )的相位中心在喇叭口径附近。 $\delta$ 增大,相心向喉部前进,当 $\delta \approx 0.7$ 时,相心已接近锥的顶点(图2-15(f));
- (6) 极低的交叉极化电平(图2-15(g)),理论上为零,实际上约为 $-35\text{dB}$ 以下。

图2-18(f)的相心是用最小和方差法(相位偏差 $3^\circ$ )计算的 $-12\text{dB}$ 电平以上的波前的近似相心(方差相心,SPC,见§2-8)。用轴向波前计算的近似相心见参考文献[21]。

散相波纹喇叭不仅有宽频带的方向图,而且形状光滑,几乎无副瓣,这是光壁散相喇叭所没有的优点。

#### 五、特殊点参数和波纹波导的传输特性

在波纹波导中,除可能存在TM和TE这两类过渡型的模式外,主要的工作模式是HE<sub>*m**n*</sub>和EH<sub>*m**n*</sub>两类混合模。下标 $m$ 的意义和光壁时一样,表示波模的方位变化。下标 $n$ 的意义即将叙述,它与光壁喇叭相似之处是,这里 $n$ 也表示场的径向变化,但实质上是不一样的。

作为高效率馈源时,常用轴向有最大辐射的HE<sub>11</sub>模工作,其它的高次模或同阶的EH<sub>11</sub>模都要抑制掉,这就需要仔细研究特征方程以了解传输特性<sup>10、17、20</sup>。当然,如果是窄带工作,只要选择波导几何尺寸使之工作在混合系数 $C = +1$ 附近即可,要考虑的问题较为简单。

波纹波导的特征方程比光壁波导的复杂,各种参数的意义和关系说明如下。

回忆方程式(2-136),若 $\bar{a} = a/k$ 为有限值,则在平衡混合态 $C = \pm 1$ 时,应有 $S_m = 0$ 。代入式(2-140)得



$$\text{ctgkd} \approx \frac{-1}{2ka_1}$$

当  $ka_1 \gg 1$  时,

$$d \approx \frac{\lambda}{4}$$

可见平衡混合态和槽的输入阻抗无穷大对应, 这时槽深略大于  $\lambda/4$ , 正是槽的扼流作用接近最大值的深度。

注意由式(2-32)有  $K^2 = k^2 - \alpha^2$ , 从而  $(Ka_1)^2 = (ka_1)^2 - (\alpha a_1)^2$ 。对式(2-135)作适当的变换并进行数值计算可得图2-19的色散曲线和图2-20的特殊参数曲线。结合这两个图, 可以

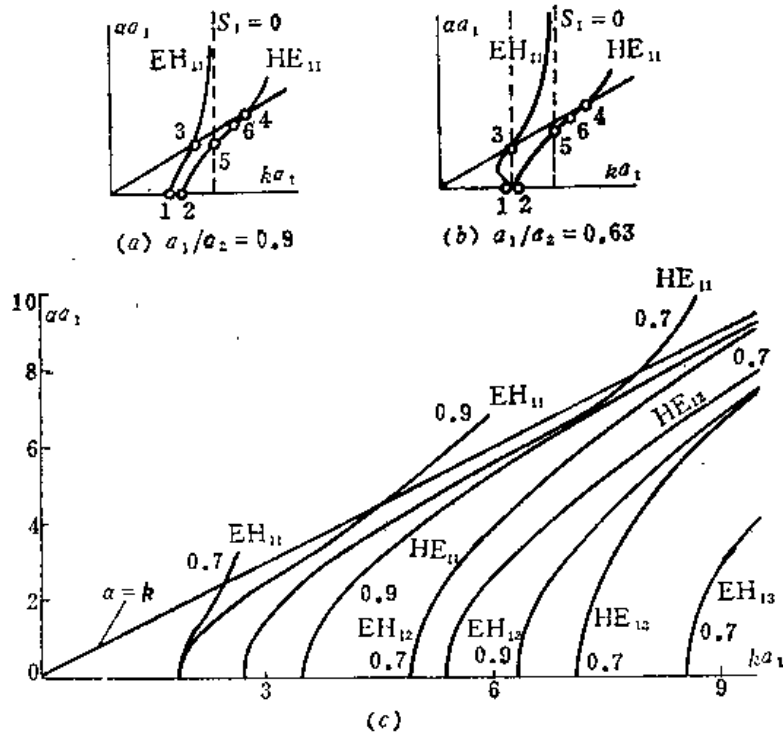


图 2-19  $m=1, n=1, 2, 3$  各模色散曲线

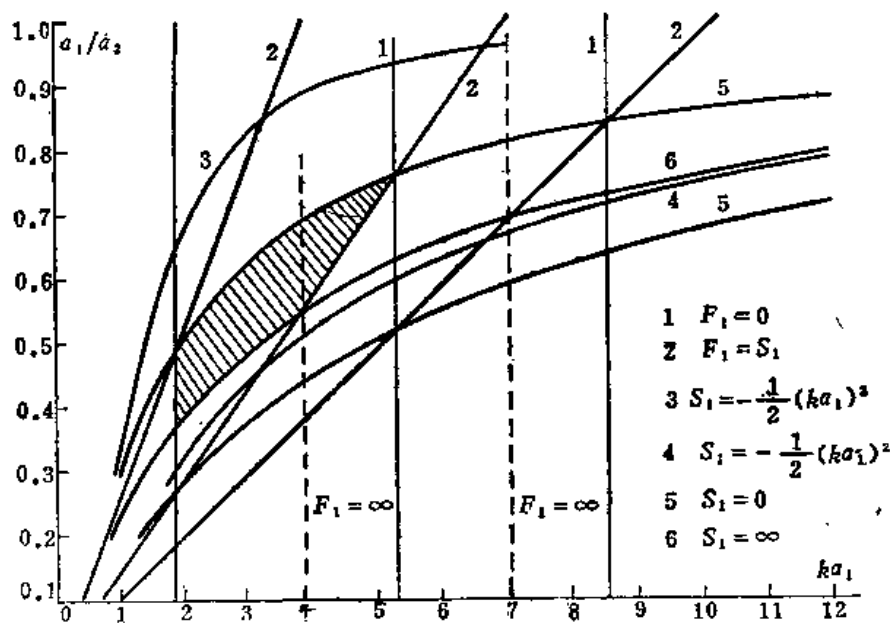


图 2-20  $m=1$  阶模特殊参数曲线

了解波纹波导的传输特性。图2-19中,  $\alpha a_1$  和  $ka_1$  各为纵坐标和横坐标; 0.7, 0.9 等为参数  $a_1/a_2$  的值。图2-20中纵坐标为  $a_1/a_2$  而横坐标为  $ka_1$ 。两个图中的标号1, 2……等为特殊参数点(图2-19)或特殊参数线(图2-20)。这两个图都是对  $m=1$  画出的。

由式(2-135)可知, 给定工作波长  $\lambda$ , 阶次  $m$  和波导尺寸  $a_1, a_2$ , 可决定  $K$  值, 从而得  $F_m(Ka_1)$  和  $C$  值(据式(2-134))。特征值  $K$  与工作波长有关, 这又是混合模和光壁波导的组合模的一个不同之处。

把式(2-135)对  $F_m(Ka_1)$  求二次方程的解, 这个方程变为两个方程

$$F_m(Ka_1) = \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{Ka_1}{ka_1} \right)^2 S_m - \sqrt{\left( \frac{Ka_1}{ka_1} \right)^4 S_m^2 + 4m^2 \left( \frac{\alpha a_1}{ka_1} \right)^2} \right] \quad (2-154)$$

$$F_m(Ka_1) = \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{Ka_1}{ka_1} \right)^2 S_m + \sqrt{\left( \frac{Ka_1}{ka_1} \right)^4 S_m^2 + 4m^2 \left( \frac{\alpha a_1}{ka_1} \right)^2} \right] \quad (2-155)$$

这说明给定一组  $\lambda, m, a_1, a_2$ , 有两个  $K$  值满足方程式(2-135), 即有两个临界波数  $K$  或两个临界波长  $\lambda_c = 2\pi/K$ , 相应两个低频截止点。

1. 低频截止点(线)1和2 当工作频率与波导的临界频率相同时, 传输截止, 即  $\alpha = 0$ 。对于  $\alpha \rightarrow 0$ , 可把式(2-154)作二项式展开, 得( $S_m$ 为有限值)

$$1 \text{ 点} \quad F_m(Ka_1) = - \left( \frac{m\alpha a_1}{Ka_1} \right)^2 \frac{1}{S_m} \quad (2-156)$$

对式(2-155)作相同处理, 略去小项, 得

$$2 \text{ 点} \quad F_m(Ka_1) = \left( \frac{Ka_1}{ka_1} \right)^2 S_m \quad (2-157)$$

把截止条件  $\alpha = 0$ ,  $K = k$  代入上两式得

$$1 \text{ 点} \quad F_m(Ka_1) = F_m(ka_1) = 0 \quad (2-158)$$

$$2 \text{ 点} \quad F_m(Ka_1) = F_m(ka_1) = S_m \quad (2-159)$$

由式(2-158)得

$$1 \text{ 点} \quad \left. \begin{aligned} J'_m(Ka_1) &= J'_m(ka_1) = 0 \\ Ka_1 &= ka_1 = \mu_{mn} \end{aligned} \right\} \quad (2-160)$$

由式(2-159)得

$$2 \text{ 点} \quad \left. \begin{aligned} J_m(Ka_2) &= J_m(ka_2) = 0 \\ Ka_2 &= ka_2 = \nu_{mn} \end{aligned} \right\} \quad (2-161)$$

与光壁波导一样,  $\mu_{mn}$  和  $\nu_{mn}$  为一系列的根, 与此对应有一系数标数为  $mn$  的混合模的截止点。易看出, 波纹波导的混合模同时有两个截止点, 第一个截止点和半径为  $a_1$  的光壁波导的 TM 模一样, 第二个截止点则和半径为  $a_2$  的光壁波导的 TE 模相同。

对于  $m=1, n=1, 2, 3$  这几种模有

$$1 \text{ 点(线)} \quad ka_1 = Ka_1 = 1.8412, 5.3314, 8.5363 (\mu_{mn})$$

$$2 \text{ 点(线)} \quad ka_2 = Ka_2 = 3.8317, 7.0156, 10.1735 (\nu_{mn})$$

在图2-20中, 1线是与纵轴  $a_1/a_2$  平行的一系列直线, 2线则是由下述方程决定的斜线:

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{ka_1}{\nu_{mn}} \quad (ka_2 = \nu_{mn}) \quad (2-162)$$

即斜率为  $1/v_{mn}$  的过原点的直线。当工作波长小于临界波长时，波可以传播。因此，在波纹波导的情况下，对于给定的  $\lambda$ ,  $m$ ,  $a_1$  和  $a_2$ ，可以传播的波的标志点(据  $a_1/a_2$  和  $ka_1$  在图2-20中得一点)必须位于相应的1线或2线的右侧，这点与光壁波导中的截止线相似。

由式(2-156)知1点(线)附近模的性质为

$$\left. \begin{aligned} S_m > 0, F_m < 0, C > 0 & \text{ HE 波} \\ S_m < 0, F_m > 0, C < 0 & \text{ EH 波} \end{aligned} \right\} \quad (2-163)$$

由式(2-157)知2点(线)附近模的性质为

$$\left. \begin{aligned} S_m > 0, F_m > 0, C < 0 & \text{ EH 波} \\ S_m < 0, F_m < 0, C > 0 & \text{ HE 波} \end{aligned} \right\} \quad (2-164)$$

可见，波纹波导混合模的下标  $mn$  的意义与光壁波导的有同有异。 $m$  表示沿圆周方向的驻波数， $n$  表示沿径向的驻波数，这是相同的。不同的是，在光壁波导中，由一项几何尺寸，即波导半径  $a$ ，对应一个  $n$  值有两个截止点，而每一点对应一个  $TE_{mn}$  模或  $TM_{mn}$  模。在波纹波导中，须由两项几何尺寸  $a_1$  和  $a_2$  对应一个  $n$  值得一对截止点，但每一点并不对应一种模式，而是每一点都可有 EH 或 HE 两种可能的模式。

2. 快慢波分界点(线)3和4 若  $\alpha < k$ ，导波为快波， $\alpha > k$ ，导波为慢波。在有效的传输中，慢波是不希望出现的，因为慢波的能量向波纹表面集中，不仅损耗较大，对辐射性能也有害。

在快慢波分界处  $\bar{\alpha} = \alpha/k = 1$ ，由式(2-135)，令  $\alpha \rightarrow k$  即  $Ka_1 \rightarrow 0$ ，注意小宗量近似式(2-61)得

$$\text{当 } m \neq 0 \quad S_m = -\frac{1}{m+1} (ka_1)^2 \quad (2-165)$$

$$m = 0 \quad S_m = -\frac{1}{2} (ka_1)^2 \quad (2-166)$$

在图2-20中，当  $m=1$  时满足式(2-165)的曲线有两条(3线和4线)。在图2-19中，则是色散曲线与  $\alpha=k$  直线的交点3和4，这条斜率为1的直线的右下方是快波区，左上方是慢波区。

3. 短路点(线)6 当电纳  $S_m = \infty$  时，由方程式(2-135)得两个解

$$\left. \begin{aligned} F_m(Ka_1) = 0 \rightarrow J'_m(Ka_1) = 0 \\ F_m(Ka_1) = \infty \rightarrow J_m(Ka_1) = 0 \end{aligned} \right\} \quad (2-167)$$

及

这两个式子和光壁波导的特征方程全同。这点是容易理解的，因为  $S_m = \infty$  时对应波纹槽的输入阻抗等于零，即短路状态。在根的两边函数  $J'_m(x)$  或  $J_m(x)$  要变号，因而  $F_m$  的符号(从而  $C$  的符号)要改变，即模的类型要改变，由 EH 变为 HE 或反之。

4. 平衡混合或高频截止点(线)5 如前所述， $S_m = 0$  对应平衡混合态。下而要看到  $S_m = 0$  也和高频截止点对应(光壁波导无高频截止点)。

(1) 若  $\bar{\alpha} = \alpha/k = \infty$  (即波长  $\lambda \rightarrow 0$ )，则  $K = \sqrt{k^2 - \alpha^2} = j\infty$ ，这时  $J'_m(Ka_1)$  和  $J_m(Ka_1)$  的宗量为虚数，由修正贝塞尔函数的定义

$$\left. \begin{aligned} I_m(x) = j^m J_m(jx) \\ I_m(x) |_{x \rightarrow \infty} = e^x / \sqrt{2\pi x} \end{aligned} \right\} \quad (2-168)$$

及

并利用递推公式(2-60)得

$$F_m(Ka_1) \approx -jKa_1 \quad (2-169)$$

再将其代入式(2-135)得

$$S_m = 0^- \quad (2-170)$$

这表明当  $S_m$  由小于零而趋于零时, 波模出现高频截止, 即频率再高的波也不能传播。这时

$$C = \frac{-m\bar{a}}{F_m(Ka_1)} \approx \frac{jm}{a_1k} \quad (2-171)$$

是虚数, 这也表明混合模已不存在。从图 2-19 可看出, 这种截止只出现在已成为慢波, 即  $\alpha > k$  之后。

(2) 若  $\bar{a} = \alpha/k$  为有限值, 则  $S_m = 0$  即为前述的平衡混合态。把  $C = \pm 1$  代入式(2-134)得

$$F_m(Ka_1) = \mp m\bar{a} \quad (2-172)$$

若工作频率满足  $ka_1 \gg Ka_1$ , 即波导电尺寸较大时,  $\bar{a} = \alpha/k \approx 1$  (不是  $\bar{a} = 1$ ), 则有

$$\left. \begin{aligned} F_m(Ka_1) &\approx \mp m \\ J_{m\mp 1}(Ka_1) &\approx 0 \end{aligned} \right\} \quad (2-173)$$

可见平衡混合条件下及当  $ka_1 \gg Ka_1$  时, 波纹波导的特征方程与光壁波导的相似, 对于  $C = +1$  为  $J_{m-1}(Ka_1) \approx 0$ , 对  $C = -1$  为  $J_{m+1} \approx 0$ 。在  $C = +1$  时, 对于  $m=1, n=1, 2, 3$  有

$$K_{1n}a_1 \approx 2.4048, 5.5200, 8.6537$$

可见  $ka_1 \gg Ka_1$  时平衡混合态的  $HE_{11}$  ( $C = +1$ ) 的特征值  $K_{11}a_1 \approx 2.4048$ 。  $ka_1$  和  $ka_1/S_1$  为各种值时  $m=1$  阶模的特征值  $Ka_1$  摘列于表 2-2<sup>[7]</sup>。由此表及前而关于 1 线的讨论可知, 能工作的波  $ka_1$  应大于 1.841, 平衡态的  $HE_{11}$  波  $Ka_1$  在 2.4048 附近。

图 2-20 中用阴影线表示的区域是最重要的  $HE_{11}$  模的工作区, 它是由第一条 1 线, 第一条 2 线, 表示平衡混合的 5 线及第二对 1 线 2 线围成的。图 2-21 示出混合模波导内的横电场, 可见平衡混合态的  $HE_{11}$  的横场结构和双模光壁圆波导的很相似。从混合系数  $C$  的意义

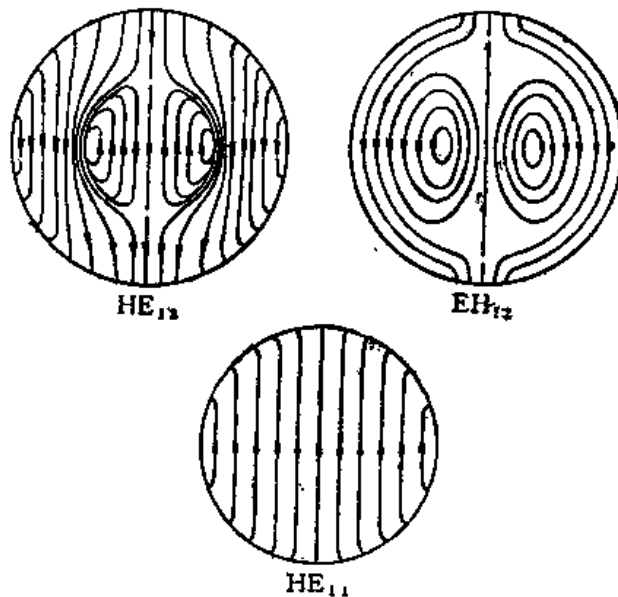


图 2-21 平衡混合态的横电场 ( $a_1/a_2 = 0.9$ )

和数值上看，这是可以预料的。

表 2-2  $m=1$  阶模特征值表

$K_{a_1}$	$\frac{k_{a_1}}{S_1}$	$\infty$	10	4	2	0.8	0.4	0.2	0.1
2		1.969	1.950	1.930	1.909	1.881	1.865	1.854	1.848
$\pi$		2.266	2.234	2.193	2.140	2.046	1.974	1.920	1.884
$2\pi$		2.374	2.356	2.330	2.292	2.204	2.113	2.021	1.948
$3\pi$		2.392	2.379	2.361	2.334	2.264	2.182	2.084	1.995
$4\pi$		2.398	2.388	2.375	2.353	2.297	2.224	2.129	2.033
$5\pi$		2.400	2.393	2.382	2.364	2.317	2.254	2.163	2.064
$10\pi$		2.404	2.400	2.395	2.385	2.359	2.320	2.256	2.166
$20\pi$		2.405	2.403	2.400	2.396	2.382	2.360	2.321	2.257

## § 2.8 天线的相位中心和最优辐射中心

迄今，人们对天线辐射场的兴趣倾注于其强度（振幅）特性，如振幅方向图和增益。对极化特性的研究也不少，这属于场的矢量性。然而，因控制和检测较难，对电磁信息的另一翼——相位特性，研究和利用均较少。可以展望，随着科技水平的提高和人类实践活动的需要，必将开发利用天线辐射场的全部信息，其中包括相位信息。

本节只讨论天线辐射场相位特性的一个方面——相（位中）心的问题。天线相心位置既是其相位特性的一种量度，也是一项基本参数。

下面叙述的是关于相心问题的基本研究，具体天线的相心（位置）可由所述方法计算。圆极化场的相心问题还有待研究，其中包括恰当的定义。

### 一、存在唯一相心的判据和条件

任意天线在辐射区（包括辐射近区）的某一极化的电场可表为

$$\mathbf{E}(R, \theta, \phi) = \hat{e} AF(\theta, \phi) \frac{e^{-jkR}}{R} \cdot e^{i\Phi(\theta, \phi)} \quad (2-174)$$

式中  $\hat{e}$  为单位极化矢； $A$  为常数（与坐标无关）； $F(\theta, \phi)$  是归一化振幅方向图函数； $\Phi(\theta, \phi)$  是相位方向图函数。

当  $\Phi(\theta, \phi) = \text{常数}$  时，天线有唯一的相位中心，这时波前是半径为  $R$  的球面，坐标原点（球心， $R=0$ ）即为相心。所谓唯一相心指所有方向的波前的曲率中心重合在一个点上。

当曲面  $kR - \Phi(\theta, \phi) = \text{常数}$  是一个球心不在原点的球面时，天线也有唯一相心但不在原点，这和计算辐射场时坐标原点的选择有联系。

当曲面  $kR - \Phi(\theta, \phi) = \text{常数}$  不是球面时，天线不存在唯一相心，实际天线一般如此。

1. 存在唯一相心的判据<sup>130</sup> 若天线有唯一相心  $P_c$  不在原点而坐标为  $(x_c, y_c, z_c)$ ，则由

图 2-22 的几何关系可得

$$\Phi(\theta, \phi) = A \sin\theta \cos\phi + B \sin\theta \sin\phi + C \cos\theta + D \quad (2-175)$$

式中  $A = kx_c$ ,  $B = ky_c$ ,  $C = kz_c$ ,  $D$  是与相位基准有关的常数。式(2-175) 是任何天线存在唯一相心的判据, 换言之, 任何天线如有唯一相心, 其相位方向图函数必然有式(2-175)的形式。极端情况是  $A = B = C = 0$ , 即唯一相心在坐标原点。另一常见情况是波前以  $z$  轴对称, 这时  $x_c = y_c = 0$ , 因而

$$\Phi(\theta, \phi) = \Phi(\theta) = \hat{C} \cos\theta + D \quad (2-176)$$

2. 存在唯一相心的口径条件 下面要证明, 若天线辐射场有唯一相心, 则其口径场必须满足一定的条件。

### 圆口径的口径场条件<sup>1</sup>

参看图 2-23, 变化式(2-56), 口径主极化场  $E_{1,x}$  的辐射积分为

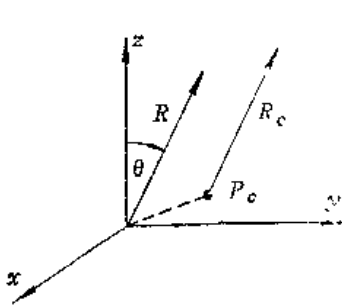


图 2-22 唯一相心  $P_c$

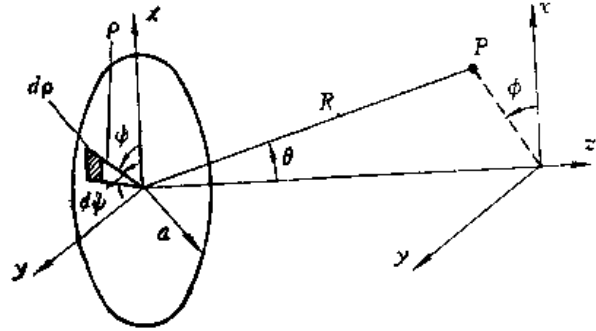


图 2-23 圆口径天线的坐标系

$$N_x = \int_0^a \int_0^{2\pi} E_{1,x}(\rho, \phi) e^{j k \rho \sin\theta \cos(\phi - \psi)} \rho d\rho d\phi \quad (2-177)$$

式中  $a$  为口径半径。一般情况下, 复口径场分布  $E_{1,x}(\rho, \phi) = E_s(\rho, \phi) \exp[j\psi(\rho)]$ , 代入上式并利用复指数函数的展开式, 得

$$N_x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(jk \sin\theta)^n}{n!} \int_0^a \int_0^{2\pi} E_s(\rho, \phi) \cos^n(\phi - \psi) e^{j\psi(\rho)} \rho^{n+1} d\rho d\phi \quad (2-178)$$

如果口径场振幅分布在任意一条直径上对称, 即整个口径场中心对称, 则仅当  $n$  为偶数时式(2-178)关于  $\psi$  的积分不为零, 因此式(2-178)可变为

$$N_x = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(k \sin\theta)^{2n}}{(2n)!} \int_0^a \int_0^{2\pi} E_s(\rho, \phi) \cos^{2n}(\phi - \psi) e^{j\psi(\rho)} \rho^{2n+1} d\rho d\phi \quad (2-179)$$

相反, 如果口径场是对中心反对称的, 则式(2-178)中  $n$  为奇数时关于  $\psi$  的积分不为零, 这时有

$$N_x = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n j \frac{(k \sin\theta)^{2n+1}}{(2n+1)!} \int_0^a \int_0^{2\pi} E_s(\rho, \phi) \cos^{2n+1}(\phi - \psi) e^{j\psi(\rho)} \rho^{2n+2} d\rho d\phi \quad (2-180)$$

对于同相口径,  $\psi(\rho) = \text{常数}$ , 式(2-179)的  $N_x$  为纯实数, 式(2-180)的  $N_x$  为纯虚数。

因此,在这两种情况下,相位函数  $\Phi(\theta, \phi)$  都是常数,也就是说,对给定的主极化,该天线有唯一相心且在坐标原点(口径中心)。

不难看出,对任何  $\Psi(\rho) \neq$  常数的圆口径天线,唯一相心不存在。

容易理解,若口径场对某两条正交的直径(例如  $x$  轴和  $y$  轴)都偶对称,则整个口径场中心对称。如对某一直径偶对称而对正交的另一直径奇对称,则整个口径场是中心反对称的。中心对称和单脉冲的和模相应;差模的口径场则是中心反对称的。因此,只要口径场相位均匀,和模与差模都有唯一相心。

### 矩形口径的口径场条件

由式(2-56),主极化  $E_{1z}$  的辐射积分为

$$N_x = \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} E_{1z}(x, y) e^{jks \sin \theta (x \cos \phi + y \sin \phi)} dx dy$$

式中  $a$  和  $b$  各为口径的  $H$  面和  $E$  面尺寸。通常口径场分布是变量分离的,即

$$E_{1z}(x, y) = f_1(x) f_2(y) \exp[jA(x) + jB(y)]$$

代入上式得  $N_x = \text{I} \cdot \text{II}$

$$\text{I} = \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} f_2(y) e^{j[ky \sin \theta \sin \phi + B(y)]} dy \quad (2-181)$$

$$\text{II} = \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} f_1(x) e^{j[kx \sin \theta \cos \phi + A(x)]} dx \quad (2-182)$$

仿照对圆口径的分析方法,把复指数函数展开为幂级数,可得出如下一些结果。

当口径场同相时,  $A(x)$  与  $B(y)$  为常数。这时,若  $f_2(y)$  为偶函数(偶对称分布),则积分 I 为纯实数;若  $f_2(y)$  为奇函数则 I 为纯虚数。积分 II 情况类似。因此,矩形同相口径如有偶或奇对称的口径场分布时,天线有唯一相心。

可以看出,当口径场具有线性的相位分布,即  $A(x)$  和  $B(y)$  其一为常数另一为  $x$ (或  $y$ ) 的线性函数时,以及  $A(x)$  和  $B(y)$  各为  $x$  和  $y$  的线性函数时,只要  $f_1(x)$  和  $f_2(y)$  仍然是奇或偶函数,天线就有唯一的相心。

进一步分析可看出,当口径相位分布  $A(x)$  和  $B(y)$  其中之一为非均匀或非线性分布时,天线没有唯一相心。

有趣的是,不管是圆波导或矩形波导,各模式的场的振幅分布都具有前述的宝贵的奇或偶的对称性。可惜,实际天线的口径场很难实现完全同相或其它存在唯一相心的相位分布条件。因此,对近似的或“等效”的相心细加研究是必要的。

顺便说明,若相位方向图函数  $\Phi(\theta, \phi)$  的值大于或等于  $\pi$ , 则计算相位中心的时候应减去  $\pi$ , 因为相位  $\pi$  相当于总场引入一个负号(极化反向),这不影响前述相位中心的定义。

## 二、近似相心的各种定义和算式

相位中心按原意是关于波前的整体的一种概念,当所有方向的波都可认为从一点发出时,相位中心这一概念才成立。为区别于后面要定义的各种近似相心,前面已把这种具备原

意的相心称为唯一相心。

波前  $kR - \Phi(\theta, \phi)$  为非球面时, 不仅各方向波前曲面的曲率中心不再重合, 就是在同一方向上, 包含这一方向的所有平面与波前曲面的交截线的曲率中心也是不重合的。这就是所谓的相心“溃散”。

由于工程技术的需要, 人们曾寻找各种近似的(或“等效”的)相心。已知有三种定义的近似相心, 它们都按二维波前来定义。

1. 曲率相心(CPC) [31] 所谓二维波前是空间波前与  $\phi = \phi_0$  平面的交截线, 截线方程为

$$R(\theta, \phi_0) = C + \Phi(\theta, \phi_0)/k \quad (2-183)$$

$C$  是于坐标无关的常数, 由量纲可知它相当于等效辐射半径。

CPC 定义为二维波前式(2-183)的曲率中心, 由微分学知曲率半径为

$$\rho(\theta, \phi_0) = \frac{[R^2(\theta, \phi_0) + (R'(\theta, \phi_0))^2]^{3/2}}{R^2(\theta, \phi_0) + 2[R'(\theta, \phi_0)]^2 - R(\theta, \phi_0)R''(\theta, \phi_0)} \quad (2-184)$$

式中  $R'$  和  $R''$  表示对  $\theta$  的一阶和二阶偏导数。若曲率中心即 CPC 的位置以矢径  $\Delta(\theta, \phi_0)$  表示并以图 2-24 所示为正向, 则

$$\Delta(\theta, \phi_0) = \rho(\theta, \phi_0) - R(\theta, \phi_0) \quad (2-185)$$

若相位方向图以  $z$  轴为对称轴, 则  $\theta = 0$  方向的波前曲率中心应在  $z$  轴上, 且有  $R'(0, \phi_0) = 0$ 。这时, 由式(2-184)和(2-185)并注意  $R \rightarrow \infty$  时  $R''$  有限, 得

$$\begin{aligned} \text{CPC} &= \Delta(0, \phi_0) = \rho(0, \phi_0) - R(0, \phi_0) = R''(0, \phi_0) \\ &= \frac{1}{k} \left. \frac{\partial^2 \Phi(\theta, \phi)}{\partial \theta^2} \right|_{\theta=0, \phi=\phi_0} \end{aligned} \quad (2-186)$$

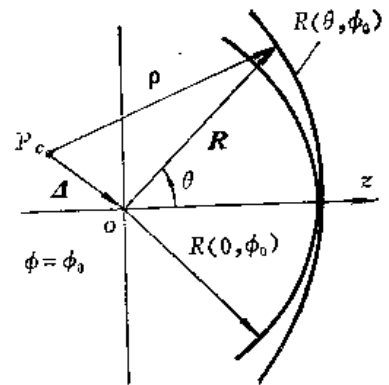


图 2-24 曲率相心(CPC)

这时, 相位中心的位置与  $R$  无关。但可看出, 对于非轴对称波前的  $\theta = 0$  方向以及任何情况下的  $\theta \neq 0$  方向, CPC 与  $R$  有关。按前面的规定,  $\text{CPC} > 0$  表示相心位置在  $z < 0$  的  $z$  轴上。

CPC 是一种局部的或微分的相心。当整个波前与球面偏离不大时, 常把它作为天线的近似相心。

2. 方差相心(SPC) [32] SPC 是按最小和方差定义的, 它是在给定的角区内的一个与实际波前曲面统计偏差最小的球面的球心。和 CPC 相反, SPC 是整体的或积分的相心。按图 2-25 的坐标系, 若采用离散的方式进行统计处理, 在波前也以  $z$  轴为对称轴的条件下(SPC 也在  $z$  轴上), 可得

$$d = \frac{1}{k} \cdot \frac{\left[ N \sum_{i=1}^N \Phi(\theta_i, \phi_0) \cos \theta_i \right] - \left[ \sum_{i=1}^N \cos \theta_i \right] \left[ \sum_{i=1}^N \Phi(\theta_i, \phi_0) \right]}{N \left[ \sum_{i=1}^N \cos^2 \theta_i \right] - \left[ \sum_{i=1}^N \cos \theta_i \right]^2}$$

$N$  为角区内统计点总数,  $d < 0$  表示 SPC 在  $z < 0$  的  $z$  轴上。对于馈源天线, 可用振幅方向图函数  $F^2(\theta, \phi)$  加权, 结果得



$$SPC = \Delta = -d = \frac{1}{k} \frac{[\Sigma F^2 \Phi][\Sigma F^2 \cos \theta] - [\Sigma F^2][\Sigma F^2 \Phi \cos \theta]}{[\Sigma F^2][\Sigma F^2 \cos^2 \theta] - [\Sigma F^2 \cos \theta]^2} \quad (2-187)$$

3. 斜率相心(TPC)<sup>133</sup> 由式(2-176), 取  $D=0$ , 因而  $\Phi(\theta) = C \cos \theta$ , 于是

$$z_c = -\frac{1}{k} \frac{\Phi(\theta)}{\cos \theta} \quad (2-188)$$

这个式子表明, 如以  $\Phi(\theta)$  为纵坐标,  $k \cos \theta$  为横坐标, 则  $\Phi(\theta) \sim k \cos \theta$  是斜率为  $z_c$  的过原点的直线。当不存在唯一相心时,  $\Phi(\theta) \sim k \cos \theta$  是一条曲线。定义 TPC 为

$$TPC = \Delta = -\frac{1}{k} \frac{d\Phi(\theta)}{d \cos \theta} \quad (2-189)$$

它也是与  $\theta$  有关的。由式(2-189)有  $k \Delta \sin \theta = d\Phi(\theta)/d\theta$ , 所以

$$\frac{d^2\Phi(\theta)}{d\theta^2} = k \left( \sin \theta \frac{d\Delta}{d\theta} + \Delta \cos \theta \right) \quad (2-190)$$

在  $\theta=0$  方向

$$TPC = \Delta = -\frac{1}{k} \frac{d^2\Phi(\theta)}{d\theta^2} \quad (2-191)$$

与 CPC 完全一样。这种定义的斜率相心也是微分相心。可以推理, 如用统计方法找一条直线使之和曲线  $\Phi(\theta) \sim k \cos \theta$  偏差最小, 也可得到与 SPC 相似的积分斜率相心。

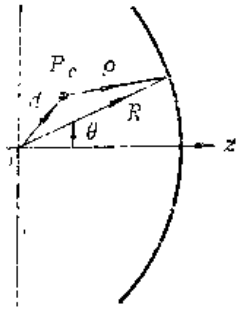


图 2-25 方差相心 (SPC)

### 三、最优辐射中心(OPC)<sup>34</sup>

前述定义的各种近似相心有相应的数理含义, 把它们当作一种“中心”用于同一情况下时, 天线将有不同的性能。后面将看到, 对于具有同一种复方向图  $F(\theta, \phi) \exp[j\Phi(\theta, \phi)]$  的馈源, 若把按前述方法计算的各种近似相心置于抛物面焦点上时, 得不到本应得到的最大增益。近似相心对天线其它性能(例如副瓣, 交叉极化电平)的影响有待研究。因此, 作者建议根据实际需要来定义最优的辐射中心。按这种观点, SPC 可视为是最优相位偏差中心。这个中心(如不加权)对于干涉仪天线是有价值的。如果只关心给定某一方向附近的波前, CPC 是最优的。如果关心的是抛物面天线的最大增益, 则馈源天线的最优辐射中心是下面定义的最优增益中心(OPGC)。

当平面口径积分有效时, 抛物面天线的增益因子  $g$  表示为

$$g = \text{ctg}^2 \frac{\Psi}{2} \left| \int_0^\Psi \sqrt{D} F(\phi) e^{j\Phi(\phi)} \text{tg} \frac{\phi}{2} d\phi \right|^2 \quad (2-192)$$

式中  $\Psi$  为抛物面的半张角;  $D$  为馈源天线的方向系数;  $F(\phi)$  及  $\Phi(\phi)$  和式(2-174)的  $F(\theta)$  及  $\Phi(\theta)$  对应, 即设馈源方向图轴对称。这时, 计算馈源复电场的坐标原点与抛物面的焦点重合。当馈源天线沿焦轴移动距离  $d$  后(图 2-26)

$$g = \text{ctg}^2 \frac{\Psi}{2} \left| \int_0^\Psi \sqrt{D} F(\phi) e^{j[\Phi(\phi) + k d \cos \phi]} \text{tg} \frac{\phi}{2} d\phi \right|^2 \quad (2-193)$$

用计算机寻查  $g$  取最大值的  $d$  值便找到最优增益中心 OPGC 的位置。

表 2-3 各种辐射中心和增益因子\*

$A$	$B$	$p$	$\psi$	$\phi_n$	CPC	SPC	OPGC	GC	GS	GO
0.1	0.4	0	90	7.3	0.0258	0.0207	0.0195	0.958	0.958	0.958
0.1	0.4	1	66	4.8	0.0258	0.0230	0.0222	0.829	0.829	0.829
0.1	0.4	5	37	1.8	0.0258	0.0248	0.0239	0.816	0.816	0.816
0.1	0.4	16	22	0.6	0.0258	0.0255	0.0232	0.815	0.815	0.815
0.1	1.2	0	90	14.4	0.0854	0.0424	0.0365	0.951	0.958	0.958
0.1	1.2	1	66	11.4	0.0854	0.0590	0.0525	0.828	0.829	0.829
0.1	1.2	5	37	5.3	0.0854	0.0734	0.0721	0.816	0.816	0.816
0.1	1.2	16	22	2.2	0.0854	0.0818	0.0783	0.815	0.815	0.815
0.1	2.0	0	90	30.6	0.2387	0.0991	0.0718	0.873	0.955	0.956
0.1	2.0	1	66	26.5	0.2387	0.1451	0.1349	0.816	0.828	0.828
0.1	2.0	5	37	13.8	0.2387	0.2024	0.1919	0.815	0.816	0.816
0.1	2.0	16	22	6.6	0.2387	0.2255	0.2185	0.815	0.815	0.815
3.2	0.4	0	90	23.0	0.0827	0.0662	0.0638	0.957	0.958	0.958
3.2	0.4	1	66	15.0	0.0827	0.0735	0.0713	0.829	0.829	0.829
3.2	0.4	5	37	7.0	0.0827	0.0794	0.0787	0.816	0.816	0.816
3.2	0.4	16	22	2.0	0.0827	0.0816	0.0809	0.815	0.815	0.815
3.2	1.2	0	90	47.0	0.2734	0.1357	0.1161	0.882	0.955	0.956
3.2	1.2	1	66	36.0	0.2734	0.1888	0.1685	0.818	0.828	0.828
3.2	1.2	5	32	17.0	0.2734	0.2414	0.2305	0.815	0.816	0.816
3.2	1.2	16	22	7.0	0.2734	0.2619	0.2558	0.815	0.815	0.815
3.2	2.0	0	90	98.0	0.7639	0.2917	0.2301	0.331	0.926	0.937
3.2	2.0	1	66	84.0	0.7639	0.4642	0.4443	0.706	0.819	0.821
3.2	2.0	5	37	44.0	0.7639	0.6478	0.6155	0.813	0.815	0.815
3.2	2.0	16	22	18.0	0.7639	0.7222	0.7089	0.815	0.815	0.815

\* CPC, SPC, OPGC以波长为单位,  $\psi$  和  $\phi_n$ 为度。当  $A=B=0$ ,  $CPC=SPC=OPGC=0$   
 $GC=GS=GO=0.961(\psi=90^\circ, p=0)$

为了定量研究, 设

$$F(\phi) = \begin{cases} \cos^p \theta; & 0 \leq \theta \leq \pi/2 \\ 0; & \theta > \pi/2 \end{cases} \quad (2-194)$$

$$\Phi(\phi) = A[(1 - \cos\phi) + B(1 - \cos^2\phi)/2 + B^2(1 - \cos^3\phi)/3 + B^3(1 - \cos^4\phi)/4] \quad (2-195)$$

取各种  $p, A, B$  值的一些计算结果见表 2-3。作为对照, 也计算了 CPC, SPC 和相应的增益因子。计算时的  $\psi$  值是令  $\Phi(\phi) + kd\cos\phi = 0$  ( $A = B = d = 0$ ) 求  $g$  的最大值得到的, 并作为定值赋入以便寻找 OPGC; 表中  $p = 0$  表示馈源方向图均匀, 相应的 SPC 是未加权的;  $p = 1$  与普通主焦馈源对应;  $p = 16$  对应双反射面天线的馈源; 表中  $\Phi_m$  为角区边缘 ( $\phi = \psi$ ) 方向的波前相位偏差; GC、GS、GO 各为用 CPC、SPC、OPGC 计算的增益因子。在参考文献 [34] 中, 计算结果已绘成更详细的曲线以便工程设计中使用。

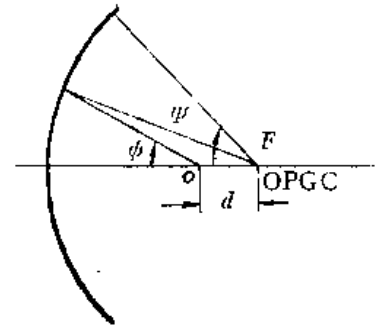


图 2-26 最优增益中心(OPGC)

由表 2-3 可见, 对各种  $F$  和  $\Phi$ , CPC 离坐标原点最近, OPGC 最远, SPC 与 OPGC 很接近而 CPC 与这二者差别较大, 特别是当  $p = 0$  即馈源方向图均匀的时候如此; 加权 ( $p \neq 0$ ) 对缩小三者差别影响很大, 当  $p$  较大即方向图较尖锐时尤甚。

值得注意的是, 当  $p = 0$  时, 不仅 CPC, SPC, OPGC 差别较大, 相应的 GC, GS, GO 差别也较大, 设计高效率馈源要注意这一点。相反, 当  $p \neq 0$ , 即馈源有较明显的锥削方向图时, GC, GS, GO 较接近。但当  $\Phi_m > \pi/4$  时, GC, GS, GO 的差异是不可忽略的。

总之, 当波前相位偏差较大时 ( $p = 0$  时  $\Phi_m > 20^\circ$ ,  $p \neq 0$  时  $\Phi_m > 30^\circ$ ), 把馈源的 CPC 置于抛物面的焦点将导致明显的增益损失。当  $\Phi_m$  较大时, 用 SPC 也是不妥的。

最后, 指出如下有实践意义的两点: 当  $\Phi_m$  高达  $\pi/2$  时, 由 OPGC 仍可使抛物面天线得到几乎和  $\Phi_m = 0$  相近的增益因子。这表明, 设计高效率馈源时不必拘泥于它有无唯一相心, 而可着重使它获得高效率方向图或其它感兴趣的特性; 或者, 不必害怕反射面有高达四分之一波长的系统偏差(如主面赋形等), 因为可以用 OPGC 取得令人满意的补偿, 有经验的工程师们已注意到这一点。G. L. James 的工作实质上与此类似<sup>[35]</sup>。一般地说, 如主要关心的是抛物面天线的增益, 则赋形可以只对副面进行, 因为波前的变化导致的损失可用 OPGC 弥补。

### 参 考 文 献

- [1] Г. 3 爱金堡等:《超高频天线》上(下)册(汪茂光等译), 人民邮电出版社, 1980(1981)。
- [2] 陈木华: 关于微波通信用多频段馈源照射器,《无线电通讯技术》, 1979。
- [3] И. Б. 列别捷夫:《超高频技术》,(成都电讯工程学院译), 人民教育出版社, 1958。
- [4] S. Silver, Microwave Antenna Theory and Design, Radiation Laboratory Series, Vol. 12, Mc Graw-Hill Book Co., 1949。
- [5] 魏文元等:《天线原理》, 国防工业出版社, 1985。
- [6] H. 贾西克:《天线工程手册》,(茅于宽等译), 国防工业出版社, 1966。
- [7] 汪懋官:《天线理论与工程》(下), 中国人民解放军军事电讯工程学院, 1963。
- [8] A. W. Rudge, Design of Flared-Horn Primary Feeds Parabolic Reflector Antennas, IRE, Vol. 117, No. 9, pp. 1741-1747, 1970。
- [9] B. M. Thomas, Design of Corrugated Conical Horns, IEEE, Trans., Vol. Ap-26。

pp. 367-372, March(1978).

- [10] 张益凤: 方口径变张角多模喇叭, 《跟踪雷达》, 1979.1.
- [11] 叶婉芳: 方口径变张角喇叭的分析, 《跟踪雷达》, 1979.1.
- [12] S. B. Cohn, Ftare-Angle Changes in a Horn as a Means of Pattern Control, *Microwave Journal*, Vol. 13, pp.41-46, Oct (1970).
- [13] (专集): 《738会议录天线和发射机部份》, 国防科情所. 1974.
- [14] 魏文元: 《天线及测角精度》, 西北电讯工程学院, 1979.
- [15] S. Dradowitch, 多模天线的理论及其应用, 《国际电信技术动态》, 1963.12.
- [16] P. D. Potter, A New Horn Antenna with Suppressed Sidelobes and Equal Beamwidths, *Microwave Journal*, Vol. 6, pp. 71-78, June (1963).
- [17] 章日荣等: 《反射镜天线及高效率馈源》, 人民邮电出版社, 1977.
- [18] 杜嘉聪: 圆锥变张角系统中模转换评论, (内部资料), 西北电讯工程学院, 1978.
- [19] K. Tomiyasu, Conversion of  $TE_{01}^c$  Mode by a Large Diameter Conical Junction, *IEEE Trans.*, Vol. MTT-17, pp. 277-281, May (1969).
- [20] A. F. Kay, the Scalar Feed, AD 601609, (1964).
- [21] A. W. Love, Electromagnetic Horn Antennas, Selected Report Series, IEEE Press, New York, (1970).
- [22] 章日荣: 《波纹喇叭》, 通讯测控研究所, 1983.
- [23] 陈木华: 波纹喇叭的工程设计, 《无线电通讯技术》, 1982.3.
- [24] 钟顺时: 波纹圆锥馈源辐射特性的计算与设计, (电讯技术参考资料), 西北电讯工程学院, 1977.
- [25] 邱源亨: 波纹圆波导的传播和波纹圆锥喇叭的辐射, (内部资料), 上海交大, 1979.
- [26] 刘原修等: 小张角波纹号角的理论分析与计算, (内部资料), 总参57所, 1979.
- [27] H. C. Minnet, Fields in the Image Spase of Symmetrical Focusing Reflectors, *PIEE*, Vol. 115, No. 10, pp. 1419-1430, (1968).
- [28] V. H. Rumsey, Horn Antennas with Uniform Power Patterns around Their Axis, *IEEE Trans.*, Vol. Ap-14, pp. 656-658, Sept(1966).
- [29] P. J. B. Clarricoats, Propagation and Radiation Behaviour of Corrugated Feeds, *PIEE*, Vol. 118, No. 9, pp. 1167-1186, (1971).
- [30] A. P. Вольперт, О Фазовом Центре Антенн, *Радиотехника*, Т. 16, No.3, стр. 3-12, (1961).
- [31] E. I. Muehldorf, The Phase Center of Horn Antennas, *IEEE Trans.*, Vol. Ap-18, pp. 753-760, Nov(1970).
- [32] W. V. T. Rusch, 《反射器天线分析》, (茅于宽译), 电讯工程编辑部, 1973.
- [33] Y. Y. Hu, A Method of Determining Phase Centers and Its Application to Electromagnetic Horns, *J. Franklin Inst.*, pp. 31-39, Jan(1961).
- [34] 黄立伟: 天线的最优辐射中心, 《西北电讯工程学院学报》, No. 3, 1984.
- [35] G. L. James, Primary-Focus Operation of Shaped Dual-Reflector Antennas, *IEEE Trans.*, Vol. Ap-31, pp. 537-538, May(1983).
- [36] P. J. B. Clarricoats, Corrugated Horns for Microwave Antennas, Peter Peregrinus Ltd., London, (1984).

## 第三章 单脉冲天线

单脉冲天线是在第二次世界大战后出现而在五、六十年代迅速发展起来的一种精密跟踪天线。随着导弹、火箭、人造卫星和宇航技术的发展,原先采用的顺序波束法和圆锥扫描体制在跟踪精度和取得目标角度信息的速度等方面都不能适应新的要求。而单脉冲体制(又称为同时波束法)原则上只需要一个回波脉冲就能获得目标的距离和全部角坐标信息(也因此而得名),这样就大大加快了提取目标角度信息的速度,而且其跟踪精度、抗干扰能力诸性能均优于圆锥扫描体制,例如跟踪精度比圆锥扫描雷达高一到二个数量级,可达 $0.1\sim 0.05$ 密位\*。单脉冲雷达得到十分广泛的应用,如陆用、舰载和机载火炮控制雷达及导弹跟踪制导雷达;靶场跟踪和测量雷达;跟踪洲际导弹、人造卫星、宇宙飞船和进行射电天文研究的远程跟踪雷达等。此外,还采用单脉冲加电扫描,使单脉冲与相控阵技术有机地结合在一起。

本章主要阐述单脉冲反射面天线的工作原理、基本概念及计算方法,并介绍一些常用的单脉冲馈源及一些实用的工程数据和图表。

### §3.1 单脉冲天线的工作原理

单脉冲法的实质,在于同时比较几个通道收到的目标回波信号,根据比较的对象,可分为比幅单脉冲(幅度单脉冲),比相单脉冲(相位单脉冲),以及这两种方法的混合方式。下面以普遍采用的比幅单脉冲天线为例来讨论其工作原理。

#### 一、工作原理(比幅)

在抛物面天线中,如果馈源相位中心有横向偏焦,则抛物面的次级波束将不是对天线轴线对称,其最大值将偏离天线轴向一个角度。在偏焦距离不大的情况下(通常实际情况如此),偏离角随馈源偏焦距离增加而接近线性增加。偏离方向则与馈源偏焦方向相反。图3-1(a)表示了对称地置于抛物面焦点两侧的两个喇叭馈源及所产生的次级偏轴波瓣。假定在馈源喇叭组之后有一个能将这两个波瓣“A”与“B”所接收的目标回波信号进行直接加减处理的部件——所谓和差器(比较器),则和差器将把加减处理后的信号沿二路输出:和支路( $\Sigma$ )信号( $A+B$ ),差支路( $\Delta$ )信号( $A-B$ )。为使分析简单起见,设图3-1所示的为俯仰面的情况,其中(b)图用直角坐标示出了两交叉的偏轴波瓣“A”与“B”,以及将它们相加得到的和波瓣( $\Sigma=A+B$ )和将它们相减而得到的差波瓣( $\Delta=A-B$ )。当目标位于天线轴向时,两喇叭接收到的回波信号强度相等,差支路无误差信号输出;当目标位于天线轴下侧而偏离角为 $\theta$ 时,则“A”所接收的信号比“B”的大,此时差支路将有信号输出,误差信号( $A-B$ )为正。而且目标偏离角 $\theta$ 愈大,误差信号的幅度也愈大(指目标偏离轴向有限的范围内)。当目标位于天线轴上侧而偏离一角度时,则“A”所接收的信号比“B”的小,此时差支路仍有信号输出,但误差信

\*密位为角度单位,在现有科技书刊中出现有如下三种定义:1密位 $=360^\circ/6400=3'22.5''$ ;  
1密位 $=1$ 毫弧度 $=360^\circ/6284=3'26.25''$ 及1密位 $=360^\circ/6000=3'36''$ ,我国采用最后一种定义。

号( $A-B$ )为负。不难看出,目标无论位于天线轴上侧还是下侧时,和支路的输出信号( $A+B$ )总是为正。如果以和信号的极性为基准,把和信号作为参考信号,将目标偏轴时所接收的差信号的极性和它比较,由二者同相还是反相即可确定目标是偏向天线轴的下侧还是上侧。而由差信号的大小可以确定目标偏离程度。这就是说,把位于俯仰平面内的对称横向偏焦喇叭组“ $A$ ”、“ $B$ ”所接收的目标回波信号经和差器进行加减处理后,即可得到目标在俯仰平面内的角度信息。类似地,如在方位平面内装置另一横向偏焦喇叭组及相应的和差器,同样可获取目标在方位平面内的角度信息。

和差器是如何组成,又如何实现对信号的处理呢?众所周知,魔 $T$ 具有如下性质:当两个信号分别由对称臂 $A$ 和 $B$ 输入时,则 $H$ 臂输出两信号之和,以 $\Sigma$ 表示, $E$ 臂输出两信号之差,以 $\Delta$ 表示;反之,当一个信号由 $H$ 臂输入时,对称臂 $A$ 和 $B$ 将输出同相等幅信号,而 $E$ 臂无输出,当从 $E$ 臂输入一信号时, $A$ 和 $B$ 臂则输出等幅反相信号,而 $H$ 臂无输出,即 $E$ 臂和 $H$ 臂是相互隔离的。可以证明,对称臂 $A$ 与 $B$ 也同样是相互隔离的。由于魔 $T$ 的上述特性,可以采用魔 $T$ 及其组合(其中有的变形为折迭双 $T$ )用作和差器。例如上面讨论的俯仰面的简单情况,可将其对称臂 $A$ 与 $B$ 沿波导的 $H$ 面折迭并排在一起变形为 $H$ 面折迭双 $T$ ,它仍具有魔 $T$ 的上述特性。这样把它的对称臂直接与两馈源喇叭的输入端口相连接,此时,其 $H$ 臂将输出和信号, $E$ 臂输出俯仰差信号。

以上讨论的是目标仅在一个坐标平面内偏移的简单情况。当目标处于空间任意角度位置时,单脉冲天线如何取得目标的全部坐标信息呢?我们以古典四喇叭馈源为例来分析其和差器的工作原理。四喇叭馈源单脉冲天线的四个馈源喇叭1,2,3,4以天线轴为中心紧凑地对称置于抛物面的焦平面内。这样每个喇叭将处于横向偏焦状态,于是将产生四个对称的偏轴次级窄波束。设当目标处于空间任意角度位置时,喇叭1,2,3,4所接收的回波信号分别为1,2,3,4。为了形成所需要的和信号及俯仰与方位平面的差信号,采用四个魔 $T$ : $T_1, T_2, T_3, T_4$ (其中有的变形为折迭双 $T$ )组合为和差器,图3-2示出了其原理电路图。由图可见,当目标的回波信号加到四个喇叭口上时, $T_1$ 的 $H$ 口输出信号 $(1+3)$ ,而 $E$ 口输出信号 $(1-3)$ ;  $T_2$ 的 $H$ 口输出为 $(2+4)$ ,而 $E$ 口输出为 $(2-4)$ 。 $(1+3)$ 与 $(2+4)$ 分别加到 $T_3$ 的两对称臂上, $T_3$ 的 $H$ 口输出为 $(1+2+3+4)$ , $E$ 口输出为 $(1+3)-(2+4)$ 。而 $(1-3)$ 与 $(2-4)$ 则分别加到

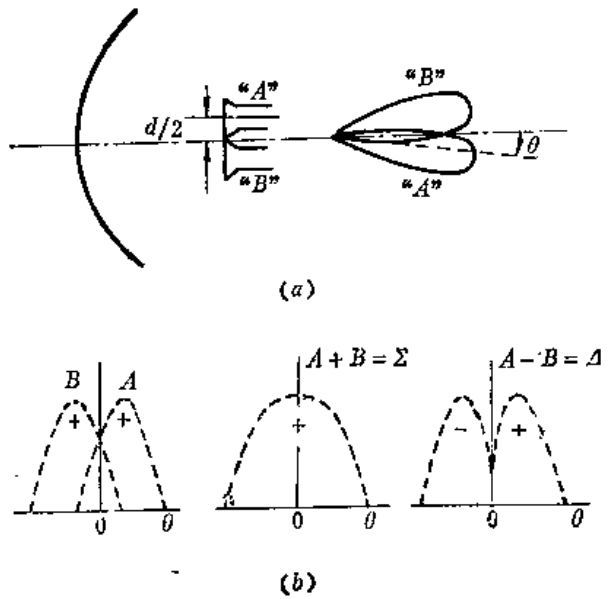


图 3-1 单脉冲天线的工作原理  
(a) 一个平面内单脉冲天线系统及波瓣;  
(b) 一个平面内单脉冲天线 $\Sigma, \Delta$ 波瓣

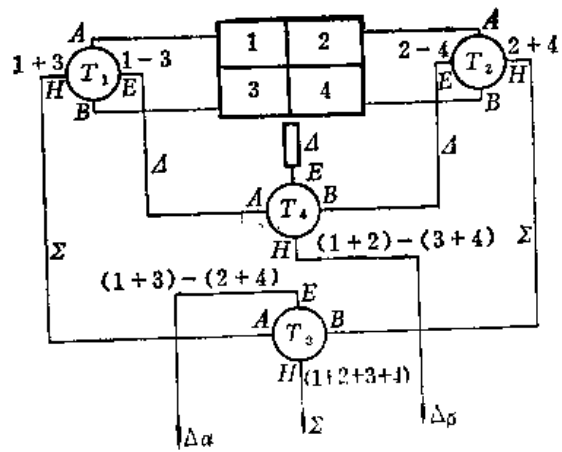


图 3-2 和差器工作原理

$T_4$ 的两对称臂上,  $T_4$ 的 $H$ 口输出为 $(1+2)-(3+4)$ 。 $T_3$ 的 $H$ 口输出信号称为和信号, 以 $\Sigma$ 表示, 相应的通道称为和支路(或通道)。 $T_3$ 的 $E$ 口输出信号称为方位差信号, 以 $\Delta\alpha$ 表示, 相应的通道称为方位差支路。 $T_4$ 的 $H$ 臂输出信号称为俯仰差信号, 以 $\Delta\beta$ 表示, 相应的通道为俯仰差支路。 $T_4$ 的 $E$ 口输出信号一般不用, 被匹配负载吸收。

可以看出, 由于魔 $T$ 的隔离性, 三个支路是彼此隔离的, 即和信号与两路差信号三者互不干扰。因而这个天线的功能相当于三个天线, 每一支路都满足收发互易原理。但在实际工作中, 仅和支路既作发射又作接收, 其发射信号用于照射目标, 而接收信号则用于确定目标距离及用作信号基准。两个差支路只作接收而不作发射。

当目标位于天线轴向时, 四个喇叭将收到等幅同相的回波信号。这时和支路输出最大而两个差支路均无输出。当目标沿任意角度方向偏离天线轴线时, 四个喇叭将收到同相的但幅度互不相等的回波信号。这时, 方位差支路与俯仰差支路将均有误差信号输出, 如前所述, 其值分别为 $(1+3)-(2+4)$ 与 $(1+2)-(3+4)$ 。这些误差信号的大小确定了目标在这两个坐标平面内偏离轴向的程度; 通过与基准信号, 即和信号 $(1+2+3+4)$ 进行比较, 由这些误差信号的相位极性确定目标的偏离方向。这些误差信号经过适当处理后, 变为控制电压, 使伺服系统根据误差信号的大小和极性驱动天线转动, 直到天线轴重新对准(跟踪)目标。

需要指出, 从馈源输送到和差器的四路回波信号, 在传输过程中不应改变其相对相位和振幅关系, 这就要求四个通道应严格保持平衡。通常相位不平衡度限制在 $3^\circ$ 以内, 幅度不平衡度限制在 $0.2\text{dB}$ 以下。为此, 结构上要使和差器尽量靠近馈源。虽然原则上可以把馈源与和差器组成一体, 仍旧采用前馈的抛物面天线形式, 但馈源重量体积加大, 提高了支杆的设计难度, 增加了口径阻挡; 同时, 每个喇叭口很小, 接近于截止, 难以实现宽带匹配。绝大多数的单脉冲天线均采用后馈的卡塞格伦天线形式, 把馈源与和差器放在抛物面的顶点附近, 既便于调整, 又可缩短高频馈线的长度, 降低了系统的热噪声; 由于卡塞格伦天线的放大作用, 允许馈源喇叭口径尺寸加大, 给馈源设计带来了方便。

## 二、分析方法

与其它天线相比较, 单脉冲天线的特点是它同时存在着几路信号波瓣。目前对单脉冲天线的分析、计算和设计, 有如下两种方法得到了广泛的应用, 它们各有优缺点, 在不同场合可选择使用。

1. 次级波束加减法 这种方法是把天线馈源分离为几个单独馈源, 例如把四喇叭作为四个单独馈源, 每个馈源各自产生偏离天线轴的次级窄波束。把和差器的作用归结为次级波束的直接相加和相减, 从而得到单脉冲天线的和波瓣和两个差波瓣。我们前面分析单脉冲天线的工作原理时采用的就是这一方法。它的优点是直观, 物理概念明确, 粗略分析单脉冲天线方向性时很有用。缺点是不易把天线性能设计到最佳。

2. “和”、“差”模口径场法 这一方法是从所谓“模”的概念出发, 即把单脉冲馈源与高频和差器看作一个整体, 并认为和差器的三个通道中存在着激励信号; 每个通道对应于一个“工作模”——一个“和模”与两个“差模”(注意: 这里所指的和模、差模的概念不同于波导中传播波型的“模”, 应与后面§3.4中的多模馈源的“模”的概念相区别)。这样在发射状态时, 这些“模”将分别形成不同的口径场分布, 从而在空间建立相应的三个波瓣, 即一个“和(模)波瓣”及两个“差(模)波瓣”。尽管差支路不作发射, 但由于各支路本身都是收发

互易的,所以这样分析是合理的。这一方法,每一个工作模就对应于一个面天线问题,可以象分析普通面天线问题那样,根据初级波瓣对天线口径的照射,计算出次级波瓣的电参数与天线几何参数之间的关系曲线。下一节将采用这一方法计算单脉冲天线的电参数。这一方法的优点是便于进行数值计算,并且可以利用计算曲线进行最佳设计。

### 三、比相单脉冲和混合单脉冲

比相单脉冲由尺寸相同且分开并排的几副天线组成。图 3-3 表示了一个平面内相位比较的原理。不难看出,在一个平面内这种天线是一个二元阵。其特点是由比较两个天线所接收信号的相位差异来获取目标的角度的信息。设两天线相位中心的间距为  $d$ , 它们的波束形状相同且互相平行。这样不论目标在什么方向,两天线收到的回波信号幅度总是相等,由相位差  $\Delta\Phi = kdsin\theta$  ( $k = 2\pi/\lambda$ ,  $\lambda$  为工作波长) 便可确定目标对天线轴线的偏角的大小和方向。

需要指出,天线轴对准目标时 ( $\theta = 0^\circ$ ), 相位差  $\Delta\Phi = 0$ , 通过比较器输出的角度误差信号为零, 表明处于跟踪状态。但是由于相位的周期特性, 当相位差为  $2n\pi$  ( $n = 1, 2, \dots$ ) 时, 输出的误差信号也为零, 出现多值问题。如果做到两天线相位中心之间距离约等于一个天线的直径, 即两天线紧凑并排装置, 则虚假零值方向处于方向图的主瓣以外, 就不会造成严重问题。混合单脉冲, 是上述两种方法的结合, 如在一个平面内采用比幅法, 另一个平面内采用比相法。比相法因为需用多副天线, 结构分散, 几路回波信号在传输过程中产生的附加相移将影响测角精度; 比幅法由于天线的结构合理, 电气性能良好, 尤其是其测角精度高, 故被广泛采用。比相法及混合法因为精确定相目前仍然难以做到而较少采用。

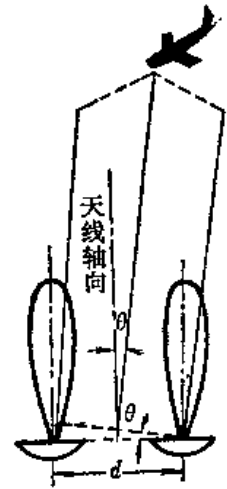


图 3-3 相位比较原理

## § 3.2 四喇叭馈源单脉冲卡塞格伦天线性能计算

用和、差模口径场法计算四喇叭馈源单脉冲卡塞格伦天线三种波瓣的电参数, 具体步骤为: 首先确定初级馈源的口径场分布, 求出其初级波瓣; 然后根据等效抛物面原理, 把初级辐射场折算为次级抛物面反射体口径面的场分布, 再由次级口径场分布求出次级波瓣, 并画出主瓣宽度、第一副瓣电平及增益因子与天线几何参数的关系曲线; 对于差波瓣, 还要计算差波瓣在中央零点处的斜率。这些曲线为设计和分析单脉冲天线提供了依据。

在整个计算过程中, 都忽略了口径面单元 (惠更斯元) 的方向性, 因为它在所涉及的角度范围内近似不变。至于其它的假设条件, 将在有关地方逐一说明。这种简化处理是工程计算中抓主要矛盾的常用方法。

四喇叭馈源单脉冲天线的计算, 是单脉冲天线的基础。对于其它形式的单脉冲馈源, 都可以仿照上述步骤求出天线波瓣的电参数。

### 一、和波瓣计算

1. 初级口径场分布及初级和波瓣 设馈源喇叭的口径尺寸足够大 ( $a > 2\lambda$ ), 忽略口径反



射影响；喇叭长度足够长、张角足够小，忽略口径面上平方律相差的影响，这样口径场分布就与波导内横截面上的场分布相同。另外，不考虑喇叭间的互耦作用及喇叭外壁电流的辐射影响。最后，设主极化为  $E_x$ ，且沿铅垂方向。

作上述简化后，对于和支路内以  $TE_{10}$  模传输的激励信号，每一喇叭的口径场在  $E$  面呈等幅分布， $H$  面呈余弦分布。初级馈源口径场分布如图 3-4 所示。其数学表达式为

$$h^z(x, y) = \sin \left| \frac{2\pi}{a} y \right| = h_E^z(x) \cdot h_H^z(y) \quad (3-1a)$$

$$\left. \begin{aligned} h_E^z(x) &= 1 \\ h_H^z(y) &= \sin \left| \frac{2\pi}{a} y \right| \end{aligned} \right\} \quad (3-1b)$$

其中  $a$  为四喇叭口径尺寸(见图 3-4)。式 (3-1) 表明，初级口径场的两个自变量  $x, y$  可以分离，沿  $x$  轴的场分布与沿  $y$  轴的互相独立。

图 3-5 示出了计算初级波瓣的坐标。在此坐标下，初级和波瓣函数为

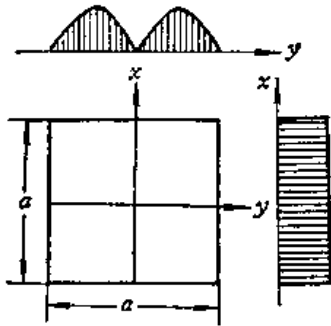


图 3-4 四喇叭“和”口径场分布

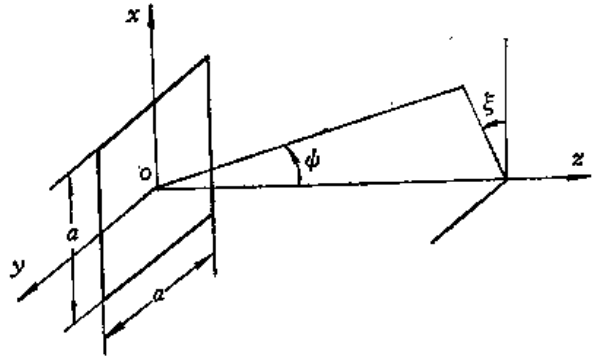


图 3-5 初级波瓣的计算坐标

$$\begin{aligned} f_b^z(\phi, \xi) &= \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} h_E^z(x) h_H^z(y) e^{jk \sin \phi (x \cos \xi + y \sin \xi)} dx dy \\ &= \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} e^{jk x \sin \phi \cos \xi} dx \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \sin \left| \frac{2\pi}{a} y \right| e^{jk y \sin \phi \sin \xi} dy \end{aligned}$$

对此式积分并把  $k = 2\pi/\lambda$  代入，得归一化的初级和波瓣函数为

$$F_b^z(\phi, \xi) = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sin \left( \frac{\pi a}{\lambda} \sin \phi \cos \xi \right)}{\frac{\pi a}{\lambda} \sin \phi \cos \xi} \cdot \frac{1 + \cos \left( \frac{\pi a}{\lambda} \sin \phi \sin \xi \right)}{1 - \left( \frac{a}{\lambda} \sin \phi \sin \xi \right)^2} \quad (3-2)$$

可以看出，式中前一项由  $E$  面等幅分布产生，后一项由  $H$  面双余弦分布产生。

## 2. 次级和波瓣

(1) 次级口径场分布。设双曲面位于馈电喇叭的远区，抛物面位于双曲面的远区，忽略辐射近区场效应。图 3-6 是计算次级波瓣的坐标系统。卡塞格伦双反射面天线用等效抛物面代替。这里等效焦距  $F_e$  比卡塞格伦天线的实际焦距长几倍，这样在大等焦径比 ( $F_e/D > 1$ ) 条

件下,由初级方向图导出次级口径场分布时,为简化计算,作如下近似:

① 忽略空间衰减,即  $(1 + \cos\phi)/2 \approx 1$ ,

$$\textcircled{2} \sin\phi = \frac{r}{\rho} \approx \frac{r}{F_e}.$$

这两个近似所引起的误差有一定的相互补偿作用。因为忽略空间衰减因子的影响,将使计算的次级口径场分布比计及影响时更趋均匀,这等效于使次级波瓣变窄。而

取  $\sin\phi \approx r/F_e$ , 则由于  $\rho = 2F_e/(1 + \cos\phi)$ , 即  $\rho > F_e$ , 而使  $\sin\phi$  变大,意味着使初级方向图变窄,从而使计算的次级口径场分布比实际情况更不均匀,这等效于使次级波瓣变宽。由于两种近似的误差相互补偿,在等效焦距比较大时,其剩余误差可忽略。在次级口径上任一点有  $\cos\xi = x/r$ ,  $\sin\xi = y/r$ , 因此有

$$\begin{aligned} \sin\phi \cos\xi &= \frac{x}{F_e} \\ \sin\phi \sin\xi &= \frac{y}{F_e} \end{aligned} \quad (3-3)$$

并令

$$U = \frac{\pi a D}{2\lambda F_e} \quad (3-4)$$

其中  $D$  为抛物面直径。由式(3-2),并考虑上述近似可得归一化次级口径场分布函数为

$$F_{\pm}^{\Sigma}(x, y) = \frac{1}{2} \frac{\sin\left(2U \frac{x}{D}\right)}{2U \frac{x}{D}} \cdot \frac{1 + \cos\left(2U \frac{y}{D}\right)}{1 - \left(\frac{2U}{\pi} \frac{y}{D}\right)^2} \quad (3-5a)$$

由式(3-5a)可见,在长焦距的两个近似条件下,次级口径场也可以分离,即

$$F_{\pm E}^{\Sigma}(x) = \frac{\sin\left(2U \frac{x}{D}\right)}{2U \frac{x}{D}} \quad (3-5b)$$

$$F_{\pm H}^{\Sigma}(y) = \frac{1}{2} \frac{1 + \cos\left(2U \frac{y}{D}\right)}{1 - \left(\frac{2U}{\pi} \frac{y}{D}\right)^2} \quad (3-5c)$$

$U$  是一个重要参量,它联系了馈源口径的电尺寸  $a/\lambda$  和次级口径直径与等效焦距比  $D/F_e$ 。 $a/\lambda$  决定了初级波瓣的宽窄; $D/F_e$  决定了次级口径对馈源的张角的大小。 $U$  大,即  $a/\lambda$  大或  $D/F_e$  大,相当于初级波瓣变窄或等效抛物面张角变大,次级口径边缘照射电平下降; $U$  小,即  $a/\lambda$  小或  $D/F_e$  小,相当于初级波瓣变宽或等效抛物面张角小,次级口径边缘电平

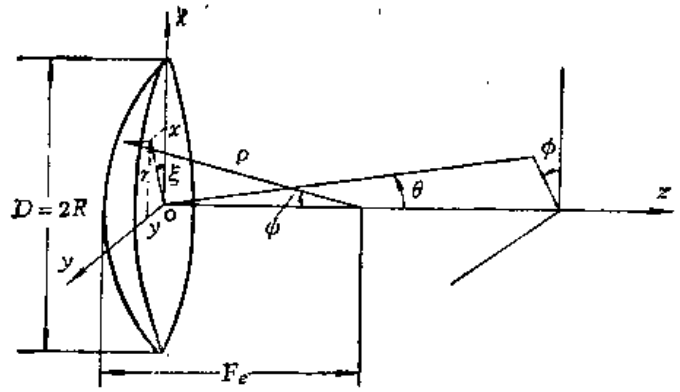


图 3-6 次级波瓣的计算坐标

提高。因此， $U$  的数值标志着主反射体口径边缘照射电平的大小： $U$  大，边缘电平低； $U$  小，边缘电平高。

(2) 次级和波瓣。已知次级口径场分布函数式 (3-5) 后，根据面天线远场公式，次级和波瓣函数（未计遮挡）为

$$\begin{aligned}
 f^{\Sigma 0}(\theta, \phi) &= \iint_S F_T^{\Sigma}(x, y) e^{j k \sin \theta (x \cos \phi + y \sin \phi)} dS \\
 &= \frac{1}{2} \int_{-R}^R \left[ \frac{1 + \cos\left(2U \frac{y}{D}\right)}{1 - \left(\frac{2U}{\pi} \frac{y}{D}\right)^2} e^{j k y \sin \theta \sin \phi} \right. \\
 &\quad \left. \times \int_{-\sqrt{R^2 - y^2}}^{\sqrt{R^2 - y^2}} \frac{\sin\left(2U \frac{x}{D}\right)}{2U \frac{x}{D}} e^{j k x \sin \theta \cos \phi} dx \right] dy
 \end{aligned}$$

利用被积函数为奇或偶函数的特点，令

$$u = \frac{kD \sin \theta}{2} = \frac{\pi D \sin \theta}{\lambda} \quad (3-6)$$

及  $T = 2y/D$ ，代入上式并进行积分，则得

$$\begin{aligned}
 f^{\Sigma 0}(u, \phi) &= \frac{D^2}{4U} \int_0^1 \frac{1 + \cos(UT)}{1 - \left(\frac{UT}{\pi}\right)^2} \cos(uT \sin \phi) \left\{ \text{Si} \left[ (U + u \cos \phi) \sqrt{1 - T^2} \right] \right. \\
 &\quad \left. + \text{Si} \left[ (U - u \cos \phi) \sqrt{1 - T^2} \right] \right\} dT \quad (3-7a)
 \end{aligned}$$

式中  $\text{Si}(x) = \int_0^x \frac{\sin t}{t} dt$  为正弦积分。当  $\phi = 0^\circ$  时，得到 E 面次级和波瓣函数

$$\begin{aligned}
 f_E^{\Sigma 0}(u, 0^\circ) &= \frac{D^2}{4U} \int_0^1 \frac{1 + \cos(UT)}{1 - \left(\frac{UT}{\pi}\right)^2} \left\{ \text{Si} \left[ (U + u) \sqrt{1 - T^2} \right] \right. \\
 &\quad \left. + \text{Si} \left[ (U - u) \sqrt{1 - T^2} \right] \right\} dT \quad (3-7b)
 \end{aligned}$$

当  $\phi = 90^\circ$  时，得到 H 面次级和波瓣函数

$$f_H^{\Sigma 0}(u, 90^\circ) = \frac{D^2}{2U} \int_0^1 \frac{1 + \cos(UT)}{1 - \left(\frac{UT}{\pi}\right)^2} \cos(uT) \text{Si}(U \sqrt{1 - T^2}) dT \quad (3-7c)$$

式 (3-7) 是没有口径遮挡时的次级和波瓣函数，而实际情况是存在遮挡的。粗略认为，有遮挡时的方向图是不计遮挡时的方向图与遮挡部分的方向图之差。因此，如果再计算出遮挡部分的方向图，则可得到考虑遮挡影响后的方向图。假定遮挡效应相当于将次级口径中央部分（其直径等于双曲面直径  $d$ ）能量挡住而未能辐射，这一部分的场分布应该等同于次级口径场分布，只不过它的口径面直径现在为  $d$ 。令  $\sigma = d/D$  为口径遮挡系数， $t = 2y/d$ ，则与式 (3-7) 类似，可得出双曲面遮挡效应形成的和波瓣函数为

$$f^{\Sigma\sigma}(u, \phi) = \frac{\sigma D^2}{4U} \int_0^1 \frac{1 + \cos(U\sigma t)}{1 - \left(\frac{U\sigma t}{\pi}\right)^2} \cos(u\sigma t \sin\phi) \times \left\{ \text{Si} \left[ (U + u \cos\phi) \sigma \sqrt{1 - t^2} \right] + \text{Si} \left[ (U - u \cos\phi) \sigma \sqrt{1 - t^2} \right] \right\} dt \quad (3-8a)$$

当 $\phi = 0^\circ$ 和 $\phi = 90^\circ$ 时,得到双曲面遮挡形成的E面,H面的波瓣函数

$$f_E^{\Sigma\sigma}(u, 0^\circ) = \frac{\sigma D^2}{4U} \int_0^1 \frac{1 + \cos(U\sigma t)}{1 - \left(\frac{U\sigma t}{\pi}\right)^2} \left\{ \text{Si} \left[ (U + u) \sigma \sqrt{1 - t^2} \right] + \text{Si} \left[ (U - u) \sigma \sqrt{1 - t^2} \right] \right\} dt \quad (3-8b)$$

$$f_H^{\Sigma\sigma}(u, 90^\circ) = \frac{\sigma D^2}{2U} \int_0^1 \frac{1 + \cos(U\sigma t)}{1 - \left(\frac{U\sigma t}{\pi}\right)^2} \cos(u\sigma t) \cdot \text{Si} \left( U \sigma \sqrt{1 - t^2} \right) dt \quad (3-8c)$$

于是考虑遮挡影响后的次级和波瓣函数应为

$$f^{\Sigma}(u, \phi) = f^{\Sigma 0}(u, \phi) - f^{\Sigma\sigma}(u, \phi) \quad (3-9a)$$

$$f_E^{\Sigma}(u, 0^\circ) = f_E^{\Sigma 0}(u, 0^\circ) - f_E^{\Sigma\sigma}(u, 0^\circ) \quad (3-9b)$$

$$f_H^{\Sigma}(u, 90^\circ) = f_H^{\Sigma 0}(u, 90^\circ) - f_H^{\Sigma\sigma}(u, 90^\circ) \quad (3-9c)$$

在式(3-9b)和(3-9c)中代入一系列的U值,通过数值积分,可以画出一系列对应于每个U值而以u为自变量的E面、H面和波瓣图形。从每个图中求出下列和波瓣参数:波瓣图从最大值1下降到0.707时对应的 $u_0^{\Sigma E}$ 和 $u_0^{\Sigma H}$ ,下降到零时对应的 $u_0^{\Sigma E}$ 和 $u_0^{\Sigma H}$ 。第一副瓣电平 $q_1^{\Sigma E}$ 和 $q_1^{\Sigma H}$ ,进一步画出这些参数与U的关系曲线,如图3-7~图3-10(以 $\sigma$ 为参变量)所示。由式(3-6)可知:

$$2\theta_0^{\Sigma E, H} = 2 \arcsin \frac{\lambda u_0^{\Sigma E, H}}{\pi D} \quad (3-10)$$

$$2\theta_0^{\Sigma E, H} = 2 \arcsin \frac{\lambda u_0^{\Sigma E, H}}{\pi D} \quad (3-11)$$

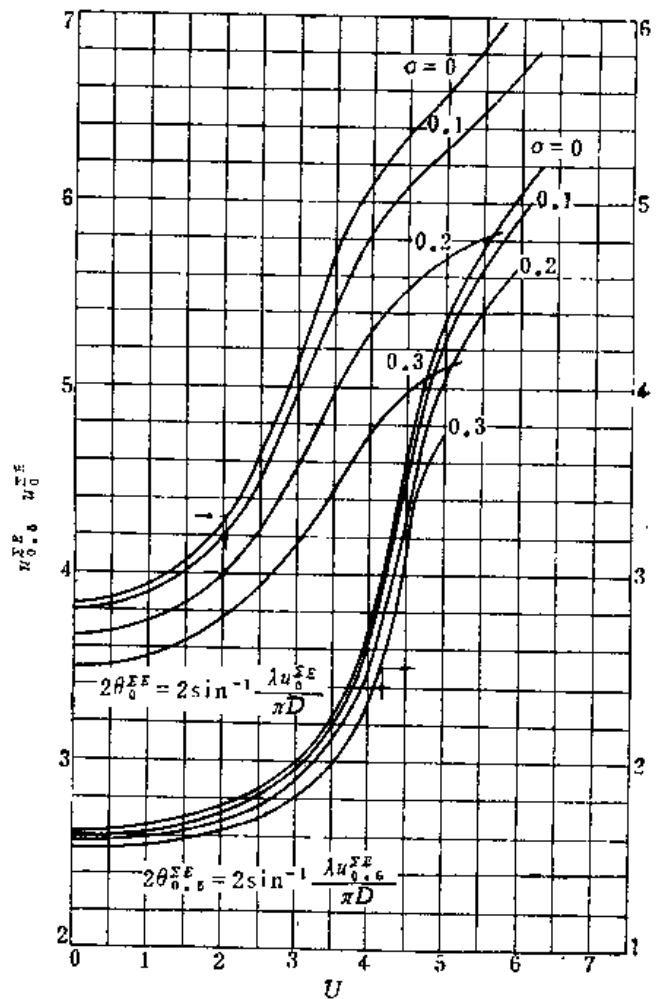


图 3-7  $u_0^{\Sigma E}, u_0^{\Sigma H} \sim U$ 关系曲线

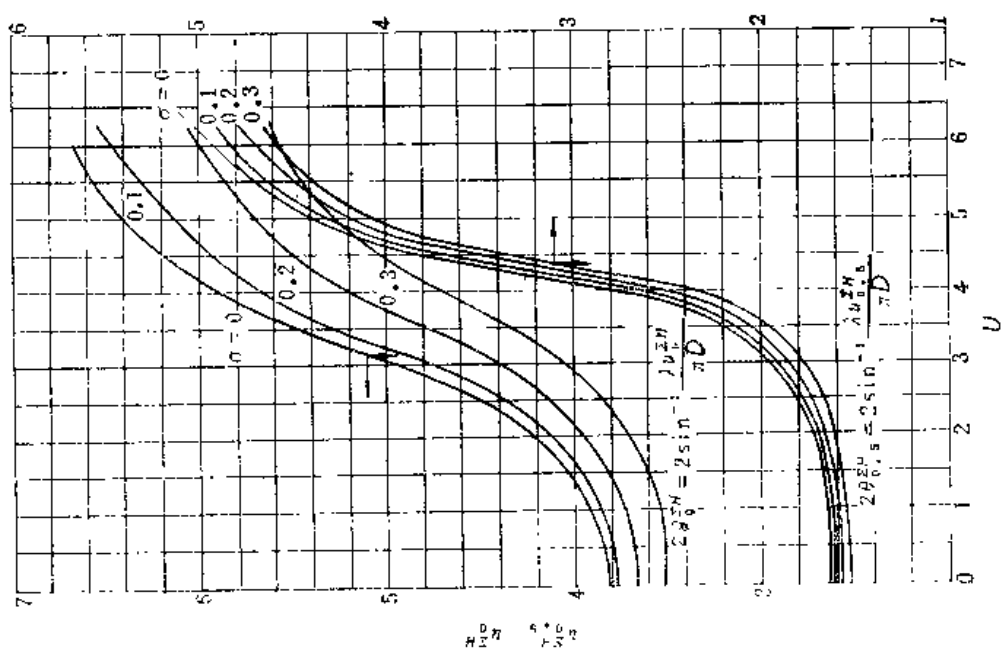


图 3-9  $u_0^2 H$ 、 $u_0^2 H \sim U$  关系曲线

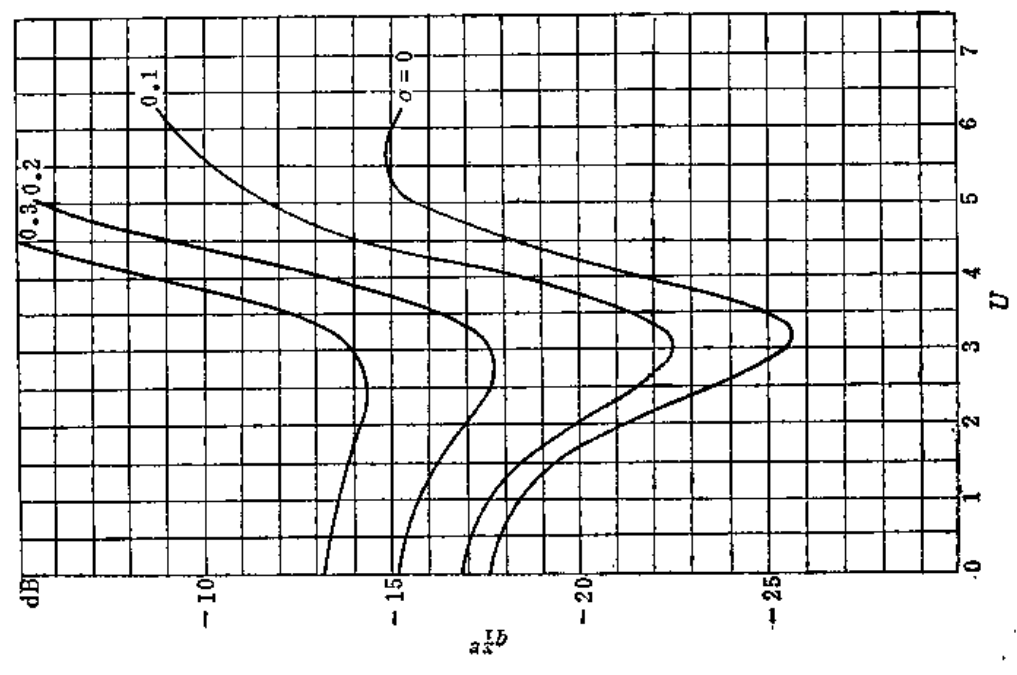


图 3-8  $q_1^2 E \sim U$  关系曲线

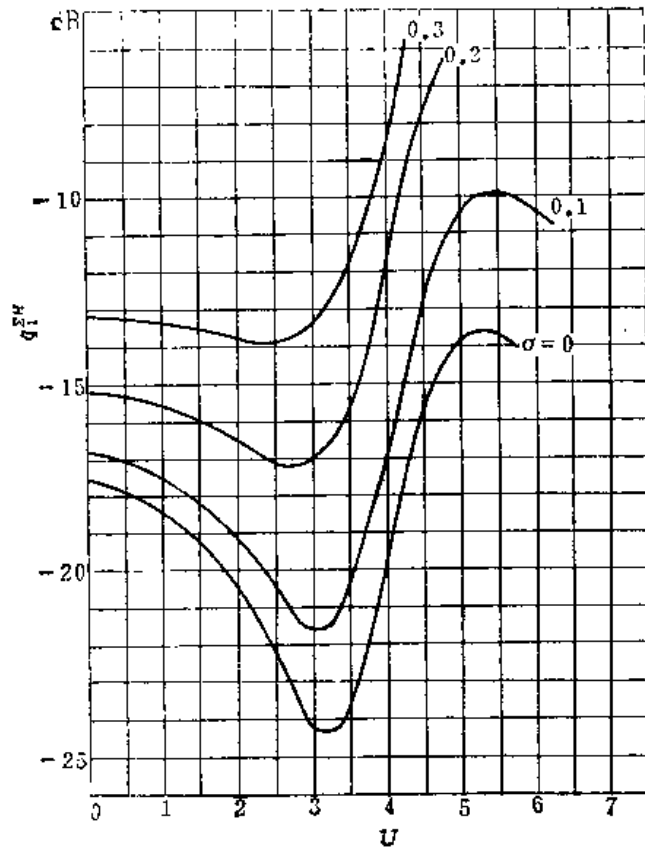


图 3-10  $q_1^{SH} \sim U$  关系曲线

## 二、差波瓣计算

计算差波瓣的简化近似条件及坐标系统与前面相同，数学推导过程也类似，故将直接写出主要结果。

1. 初级差波瓣 方位差初级口径场分布示于图3-11。其分布函数为

$$h^{\Delta a}(x, y) = h_E^{\Delta a}(x) \cdot h_H^{\Delta a}(y) \quad (3-12a)$$

$$h_E^{\Delta a}(x) = 1$$

$$h_H^{\Delta a}(y) = \sin\left(\frac{2\pi}{a}y\right) \quad (3-12b)$$

俯仰差初级口径场分布如图3-12所示。其分布函数为

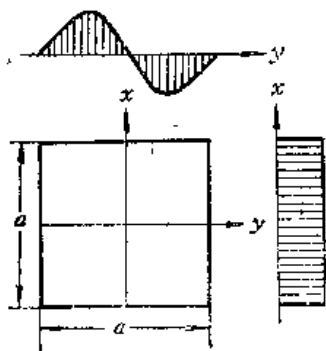


图 3-11 四喇叭“方位差”口径场分布

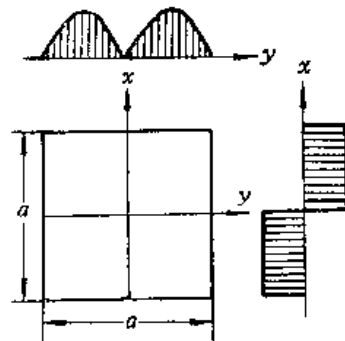


图 3-12 四喇叭“俯仰差”口径场分布

$$h^{\Delta\beta}(x, y) = h_E^{\Delta\beta}(x) \cdot h_H^{\Delta\beta}(y) \quad (3-13a)$$

$$h_E^{\Delta\beta}(x) = \begin{cases} 1; & 0 \leq x \leq a/2 \\ -1; & -a/2 \leq x < 0 \end{cases} \quad (3-13b)$$

$$h_H^{\Delta\beta}(y) = \sin\left|\frac{2\pi}{a}y\right|$$

在图 3-5 所示的坐标下, 对上述口径分布沿口径进行积分, 可得归一化初级方位差波瓣函数为

$$F_p^{\Delta\alpha}(\phi, \xi) = 0.611 \frac{\sin\left(\frac{\pi a}{\lambda} \sin\phi \cos\xi\right)}{\frac{\pi a}{\lambda} \sin\phi \cos\xi} \cdot \frac{\sin\left(\frac{\pi a}{\lambda} \sin\phi \sin\xi\right)}{1 - \left(\frac{a}{\lambda} \sin\phi \sin\xi\right)^2} \quad (3-14)$$

归一化初级俯仰差波瓣函数为

$$F_p^{\Delta\beta}(\phi, \xi) = \frac{1}{2 \times 0.725} \cdot \frac{1 - \cos\left(\frac{\pi a}{\lambda} \sin\phi \cos\xi\right)}{\frac{\pi a}{\lambda} \sin\phi \cos\xi} \times \frac{1 + \cos\left(\frac{\pi a}{\lambda} \sin\phi \sin\xi\right)}{1 - \left(\frac{a}{\lambda} \sin\phi \sin\xi\right)^2} \quad (3-15)$$

## 2. 次级差波瓣

(1) 次级口径场分布。参看图 3-6, 把式 (3-3) 及 (3-4) 代入式 (3-14), 得归一化的方位差次级口径场分布函数

$$F_{\xi}^{\Delta\alpha}(x, y) = 0.611 \frac{\sin\left(2U \frac{x}{D}\right)}{2U \frac{x}{D}} \cdot \frac{\sin\left(2U \frac{y}{D}\right)}{1 - \left(\frac{2U}{\pi} \frac{y}{D}\right)^2} \quad (3-16a)$$

并且

$$F_{\xi E}^{\Delta\alpha}(x) = \frac{\sin\left(2U \frac{x}{D}\right)}{2U \frac{x}{D}} \quad (3-16b)$$

$$F_{\xi H}^{\Delta\alpha}(y) = 0.611 \frac{\sin\left(2U \frac{y}{D}\right)}{1 - \left(\frac{2U}{\pi} \frac{y}{D}\right)^2} \quad (3-16c)$$

方位差次级口径场分布的特点是: 对  $x$  轴呈奇对称, 即  $F_{\xi H}^{\Delta\alpha}(y) = -F_{\xi H}^{\Delta\alpha}(-y)$ ; 对  $y$  轴仍保持偶对称, 即  $F_{\xi E}^{\Delta\alpha}(x) = F_{\xi E}^{\Delta\alpha}(-x)$ 。

同样把式 (3-3) 及 (3-4) 代入式 (3-15), 得归一化的俯仰差次级口径场分布函数

$$F_{\xi}^{\Delta\beta}(x, y) = \frac{1}{2 \times 0.725} \cdot \frac{1 - \cos\left(2U \frac{x}{D}\right)}{2U \frac{x}{D}} \cdot \frac{1 + \cos\left(2U \frac{y}{D}\right)}{1 - \left(\frac{2U}{\pi} \frac{y}{D}\right)^2} \quad (3-17a)$$

并且

$$F_{\hat{E}}^{\Delta \hat{E}}(x) = \frac{1}{0.725} \cdot \frac{1 - \cos\left(2U \frac{x}{D}\right)}{2U \frac{x}{D}} \quad (3-17b)$$

$$F_{\hat{H}}^{\Delta \hat{H}}(y) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1 + \cos\left(2U \frac{y}{D}\right)}{1 - \left(\frac{2U}{\pi} \frac{y}{D}\right)^2} \quad (3-17c)$$

俯仰差次级口径场分布的特点与方位差相反,对  $y$  轴呈奇对称,即  $F_{\hat{E}}^{\Delta \hat{E}}(x) = -F_{\hat{E}}^{\Delta \hat{E}}(-x)$ ; 对  $x$  轴则呈偶对称,即  $F_{\hat{H}}^{\Delta \hat{H}}(y) = F_{\hat{H}}^{\Delta \hat{H}}(-y)$ 。

(2) 次级差波瓣。不计口径遮挡时的次级方位差波瓣函数为

$$f^{\Delta \alpha 0}(u, \phi) = \frac{D^2}{2U} \int_0^1 \frac{\sin(UT)}{1 - \left(\frac{UT}{\pi}\right)^2} \sin(uT \sin \phi) \left\{ \text{Si} \left[ (U + u \cos \phi) \sqrt{1 - T^2} \right] \right. \\ \left. + \text{Si} \left[ (U - u \cos \phi) \sqrt{1 - T^2} \right] \right\} dT \quad (3-18a)$$

在  $E$  面(俯仰面),  $\phi = 0^\circ$ , 则

$$f_{\hat{E}}^{\Delta \alpha 0}(u, 0^\circ) = 0 \quad (3-18b)$$

在  $H$  面(方位面),  $\phi = 90^\circ$ , 则

$$f_{\hat{H}}^{\Delta \alpha 0}(u, 90^\circ) = \frac{D^2}{U} \int_0^1 \frac{\sin(UT)}{1 - \left(\frac{UT}{\pi}\right)^2} \sin(uT) \text{Si}(U \sqrt{1 - T^2}) dT \quad (3-18c)$$

在天线轴向,  $u = 0$ , 则

$$f^{\Delta \alpha 0}(0, \phi) = 0 \quad (3-18d)$$

同样, 可以计算出双曲面遮挡形成的次级方位差波瓣函数

$$f^{\Delta \alpha \sigma}(u, \phi) = \frac{\sigma D^2}{2U} \int_0^1 \frac{\sin(U\sigma t)}{1 - \left(\frac{U\sigma t}{\pi}\right)^2} \sin(u\sigma t \sin \phi) \\ \times \left\{ \text{Si} \left[ (U + u \cos \phi) \sigma \sqrt{1 - t^2} \right] + \text{Si} \left[ (U - u \cos \phi) \sigma \sqrt{1 - t^2} \right] \right\} dt \quad (3-19a)$$

并且

$$f_{\hat{E}}^{\Delta \alpha \sigma}(u, 0) = 0 \quad (3-19b)$$

$$f_{\hat{H}}^{\Delta \alpha \sigma}(u, 90^\circ) = \frac{\sigma D^2}{U} \int_0^1 \frac{\sin(U\sigma t)}{1 - \left(\frac{U\sigma t}{\pi}\right)^2} \sin(u\sigma t) \text{Si} \left( U \sigma \sqrt{1 - t^2} \right) dt \quad (3-19c)$$

$$f^{\Delta \alpha \sigma}(0, \phi) = 0 \quad (3-19d)$$

上述各式中的  $U$ 、 $u$ 、 $T$ 、 $t$  和  $\sigma$  的定义与计算和波瓣时相同。



方位差波瓣用于测定目标的方位角坐标和进行方位跟踪。它在天线轴线及俯仰面内处处为零。因此，所谓方位差波瓣通常都是指它在方位平面（ $II$ 面）内的波瓣，其波瓣图函数改用  $f^{\Delta\alpha}(u)$  表示，由式（3-18c）减式（3-19c）得

$$f^{\Delta\alpha}(u) = \frac{D^2}{U} \left[ \int_0^1 \frac{\sin(UT)}{1 - \left(\frac{UT}{\pi}\right)^2} \sin(uT) \text{Si}(U\sqrt{1-T^2}) dT - \sigma \int_0^1 \frac{\sin(U\sigma t)}{1 - \left(\frac{U\sigma t}{\pi}\right)^2} \sin(u\sigma t) \text{Si}(U\sigma\sqrt{1-t^2}) dt \right] \quad (3-20)$$

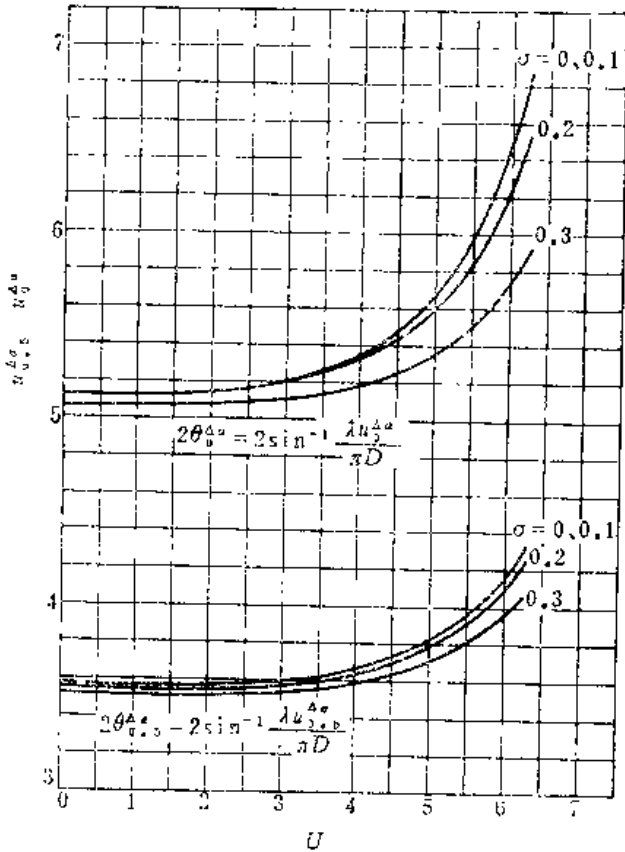


图 3-13  $u_{0.5}^{\Delta\alpha}, u_0^{\Delta\alpha} \sim U$  关系曲线

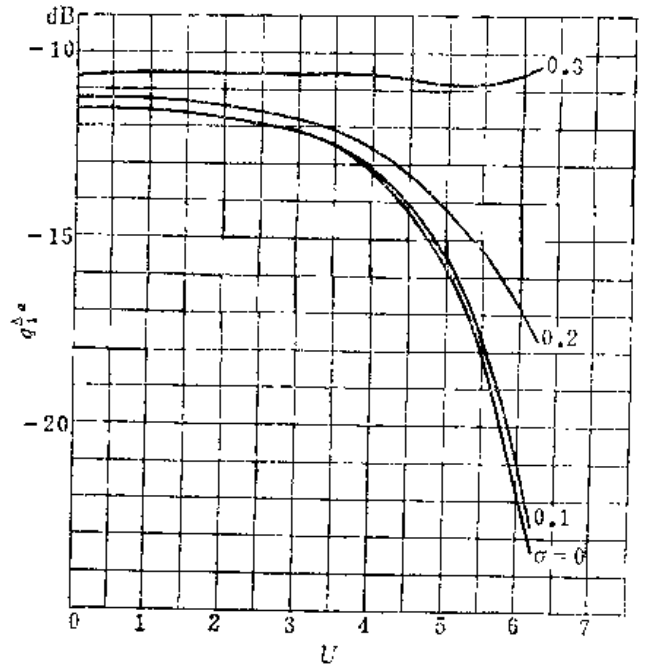


图 3-14  $q_1^{\Delta\alpha} \sim U$  关系曲线

用与计算和波瓣时同样的步骤，可得出以  $\sigma$  为参变量的  $U_{0.5}^{\Delta\alpha}, u_0^{\Delta\alpha}$  及  $q_1^{\Delta\alpha}$  随  $U$  的变化曲线，如图 3-13 及图 3-14 所示。

由于差波瓣在天线轴向为零，在轴向两侧有两个奇对称分布的主瓣。所以把差波瓣图两峰值外侧由最大值各自下降 3dB 时具有的波瓣宽度定义为半功率宽度，下降到零时具有的波瓣宽度定义为零功率宽度，如图 3-15 所示。

同样，对俯仰差波瓣有

$$f^{\Delta\beta^0}(u, \phi) = \frac{D^2}{2U} \int_0^1 \frac{1 + \cos(UT)}{1 - \left(\frac{UT}{\pi}\right)^2} \cos(uT \sin\phi) \left\{ 2\text{Si} \left[ u \cos\phi \sqrt{1-T^2} \right] \right.$$

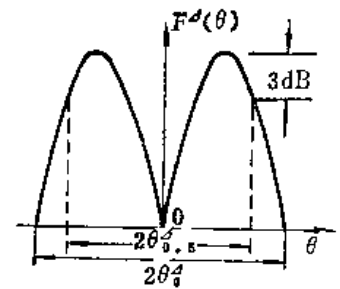


图 3-15 差波瓣宽度定义

$$- \text{Si} \left[ (u \cos \phi + U) \sqrt{1 - T^2} \right] - \text{Si} \left[ (u \cos \phi - U) \sqrt{1 - T^2} \right] \Big] dT \quad (3-21)$$

$$f^{\Delta\beta\sigma}(u, \phi) = \frac{\sigma D^2}{2U} \int_0^1 \frac{1 + \cos(U\sigma t)}{1 - \left(\frac{U\sigma t}{\pi}\right)^2} \cos(u\sigma t \sin \phi) \left\{ 2 \text{Si} \left[ u\sigma \cos \phi \sqrt{1 - t^2} \right] \right. \\ \left. - \text{Si} \left[ (u \cos \phi + U)\sigma \sqrt{1 - t^2} \right] - \text{Si} \left[ (u \cos \phi - U)\sigma \sqrt{1 - t^2} \right] \right\} dt \quad (3-22)$$

式中  $U$ 、 $u$ 、 $T$ 、 $t$  及  $\sigma$  的定义同前。

同样，俯仰差波瓣也是指它在俯仰平面 ( $E$  面) 内的波瓣，用  $f^{\Delta\beta}(u)$  表示。由式 (3-21) 及 (3-22)，在其中代入  $\phi = 0^\circ$ ，则得

$$f^{\Delta\beta}(u) = \frac{D^2}{2U} \left\{ \int_0^1 \frac{1 + \cos(UT)}{1 - \left(\frac{UT}{\pi}\right)^2} \left\{ 2 \text{Si} \left[ u\sqrt{1 - T^2} \right] - \text{Si} \left[ (u + U)\sqrt{1 - T^2} \right] \right. \right. \\ \left. \left. - \text{Si} \left[ (u - U)\sqrt{1 - T^2} \right] \right\} dT - \sigma \int_0^1 \frac{1 + \cos(U\sigma t)}{1 - \left(\frac{U\sigma t}{\pi}\right)^2} \left\{ 2 \text{Si} \left[ u\sigma \sqrt{1 - t^2} \right] \right. \right. \\ \left. \left. - \text{Si} \left[ (u + U)\sigma \sqrt{1 - t^2} \right] - \text{Si} \left[ (u - U)\sigma \sqrt{1 - t^2} \right] \right\} dt \right\} \quad (3-23)$$

用同样的方法可以作出俯仰差波瓣的电参数与  $U$  的关系曲线，如图 3-16 与图 3-17 所示。

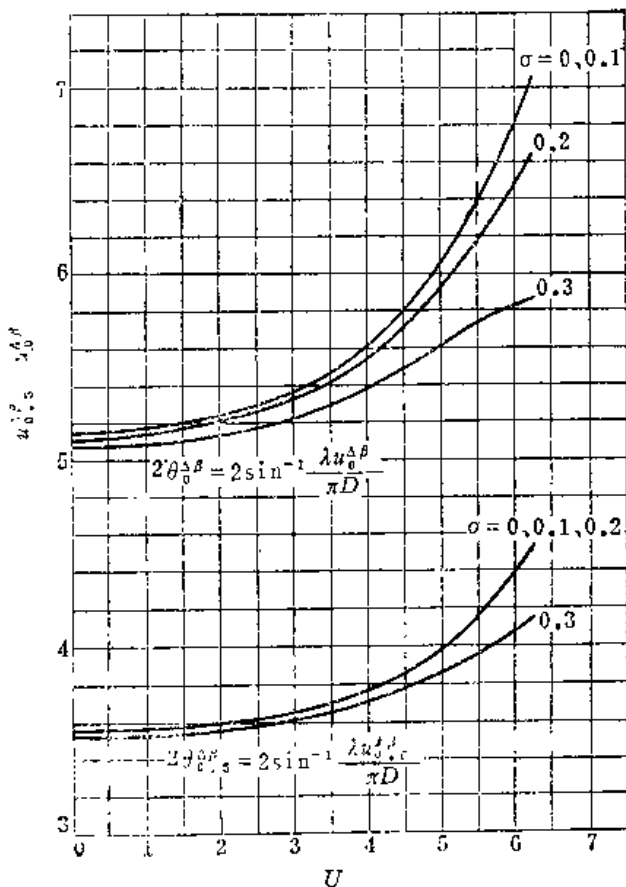


图 3-16  $u_0^{\Delta\beta}$ 、 $u_0^{\Delta\beta} \sim U$  关系曲线

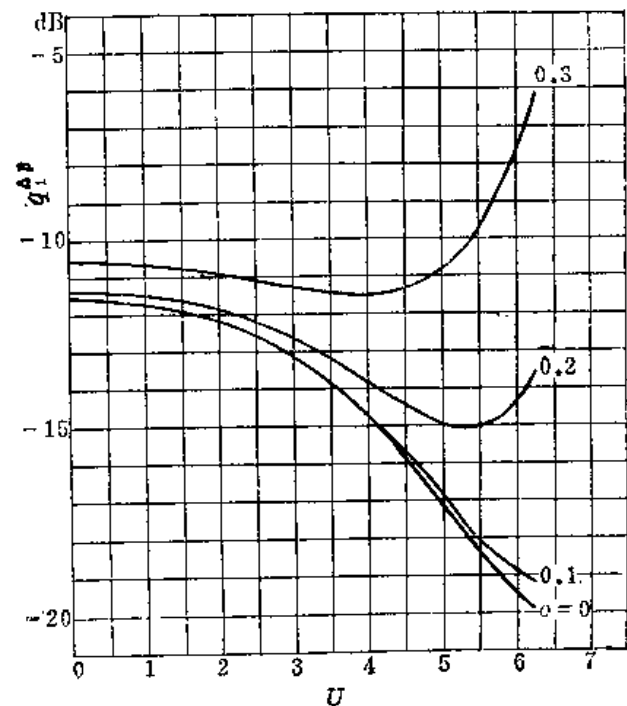


图 3-17  $q_1^{\Delta\beta} \sim U$  关系曲线

### 三、天线增益

单脉冲卡塞格伦天线的三个波瓣在其最大辐射方向的增益可以表示为

$$G = \left( \frac{\pi D}{\lambda} \right)^2 \eta \quad (3-24)$$

其中  $D$  是抛物面直径； $\eta$  为天线总效率，简称效率。

增益的绝对大小主要是由天线电尺寸决定的，而人们的兴趣常常在于天线的增益因子，并把它作为衡量天线设计质量指标之一。由于我们对卡塞格伦系统采用几何光学处理方法，把它等效为抛物面，这样在计算天线效率时主要考虑两个因素：馈源照射抛物面时能量未被抛物面全部截获的漏失，以及抛物面口径场分布的不均匀性。这里忽略了双曲面的散射能量越过抛物面的漏失、支杆的影响等。因此，天线效率由截获效率  $\eta_{sm}$  与口径效率  $\eta_a$  的乘积确定，并称为增益因子，用  $g$  表示，即

$$g = \eta_{sm} \eta_a$$

而

$$\eta_{sm} = \frac{\int_{-R}^R \int_{-\sqrt{R^2-y^2}}^{\sqrt{R^2-y^2}} f_s^2(x, y) dx dy}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f_s^2(x, y) dx dy} \quad (3-25)$$

式 (3-25) 忽略了馈源向后半空间的辐射功率。不计遮挡效应时

$$\eta_a = \frac{\left| \int_{-R}^R \int_{-\sqrt{R^2-y^2}}^{\sqrt{R^2-y^2}} \phi_s(x, y) dx dy \right|^2}{\pi R^2 \int_{-R}^R \int_{-\sqrt{R^2-y^2}}^{\sqrt{R^2-y^2}} f_s^2(x, y) dx dy} \quad (3-26)$$

式中  $f_s(x, y)$  为抛物面口径场分布函数，而

$$\phi_s(x, y) = f_s(x, y) e^{j k (x \sin \theta_m \cos \phi_m + y \sin \theta_m \sin \phi_m)} \quad (3-27)$$

$\theta_m$ 、 $\phi_m$  为最大辐射方向的角坐标。

将式 (3-25) 与 (3-26) 代入式 (3-24)，则得到不考虑口径遮挡时的增益因子为

$$g = \eta_{sm} \eta_a = \frac{\left| \int_{-R}^R \int_{-\sqrt{R^2-y^2}}^{\sqrt{R^2-y^2}} \phi_s(x, y) dx dy \right|^2}{\pi R^2 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f_s^2(x, y) dx dy} \quad (3-28)$$

1. 和波瓣的增益因子 对于和波瓣，最大辐射方向在天线轴向，此时，

$$\phi_s^2(x, y) = f_s^2(x, y)$$

因此，把式 (3-5a) 代入式 (3-28)，进行积分，其分子上的积分结果为  $|f^{\Sigma 0}(u, \phi)|^2_{u=0}$ ，而分母中的积分结果为  $(\pi^4 D^2 / 32 U^2)$ ，于是得到不考虑遮挡效应时的和波瓣的增益因子为

$$g^{\Sigma} = \frac{128 U^2}{\pi^4 D^4} \left| f^{\Sigma 0}(0, \phi) \right|^2 \quad (3-29)$$

若计入口径遮挡效应，则在式 (3-29) 中用  $f^{\Sigma}(0, \phi)$  代替  $f^{\Sigma 0}(0, \phi)$ ，即可计算出考虑遮挡后的增益因子。在图 3-18 中示出了以  $\sigma$  为变量的和波瓣增益因子  $g^{\Sigma}$  与参数  $U$  的关系曲线。

由图3-18可见，口径遮挡使和波瓣增益因子下降，且随着 $\sigma$ 的增大， $g^\Sigma$ 下降得越显著。 $g^\Sigma$ 随 $U$ 的变化过程中都有一个最大值出现，这是因为截获效率 $\eta_{\Sigma m}$ 与口径效率 $\eta_a$ 随 $U$ 的变化规律是相反的。 $U$ 小时， $a/\lambda$ 小或 $D/F_a$ 小，相当于初级波瓣宽或天线张角小，此时天线口径截获功率少，即 $\eta_{\Sigma m}^\Sigma$ 小，而口径场分布均匀，即 $\eta_a^\Sigma$ 大； $U$ 大时，则相反， $\eta_{\Sigma m}^\Sigma$ 大而 $\eta_a^\Sigma$ 小。所以当 $U$ 由小变大时， $\eta_{\Sigma m}^\Sigma$ 由小变大而 $\eta_a^\Sigma$ 则由大变小，这样，在某适当 $U$ 值时， $\eta_{\Sigma m}^\Sigma$ 与 $\eta_a^\Sigma$ 两者都较大，使它们的乘积达最大。

2. 差波瓣的增益因子 与计算和波瓣的步骤相同，可得方位差波瓣的增益因子为

$$g^{\Delta\alpha} = \frac{32U^2}{\pi^5 D^4} \left| f^{\Delta\alpha}(u_M^{\Delta\alpha}) \right|^2 \quad (3-30)$$

式中  $u_M^{\Delta\alpha} = \pi D \sin \theta_M^{\Delta\alpha} / \lambda$ ； $\theta_M^{\Delta\alpha}$ 为方位差波瓣最大值方向。同样可求出俯仰差波瓣的增益因子为

$$g^{\Delta\beta} = \frac{32U^2}{\pi^5 D^4} \left| f^{\Delta\beta}(u_M^{\Delta\beta}) \right|^2 \quad (3-31)$$

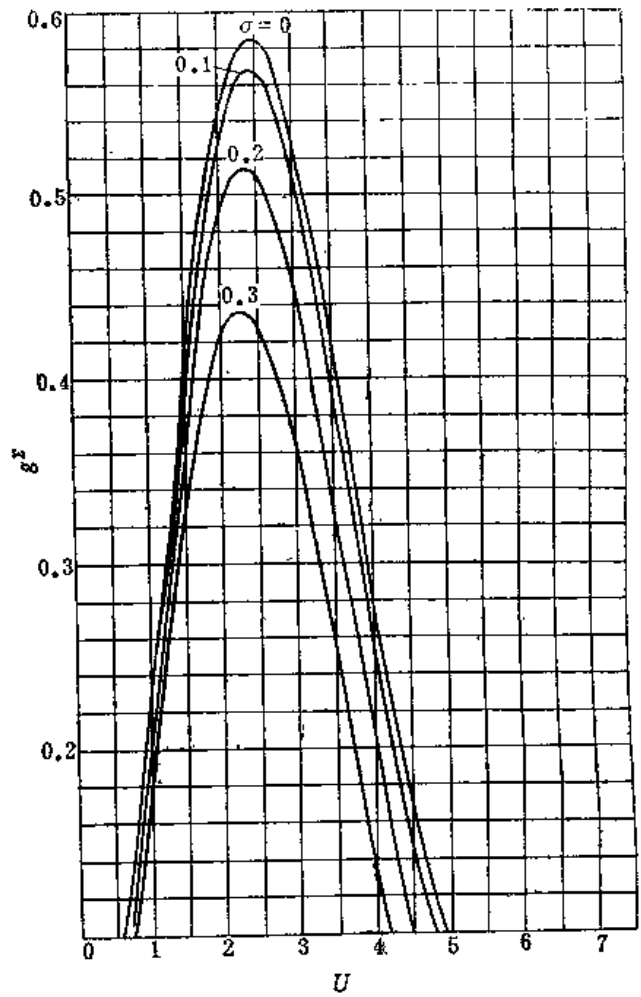


图 3-18  $g^\Sigma \sim U$  关系曲线

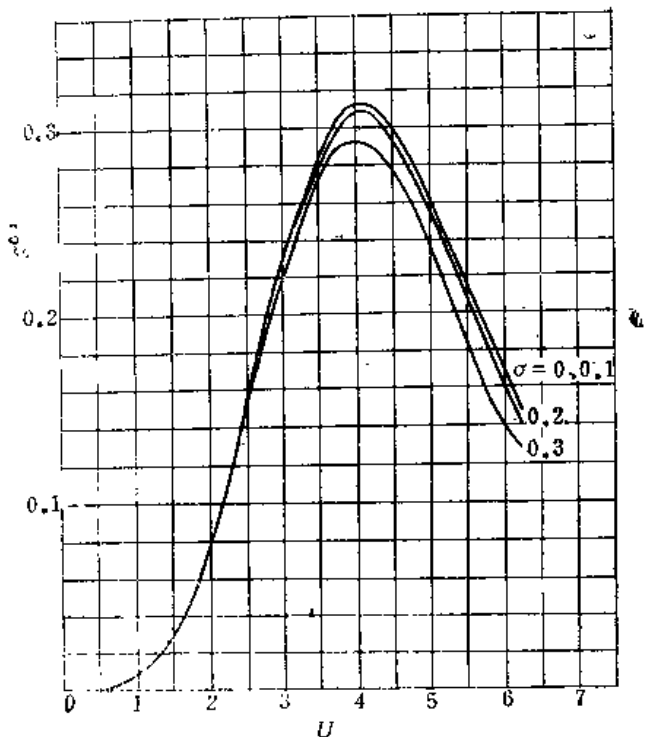


图 3-19  $g^{\Delta\alpha} \sim U$  关系曲线

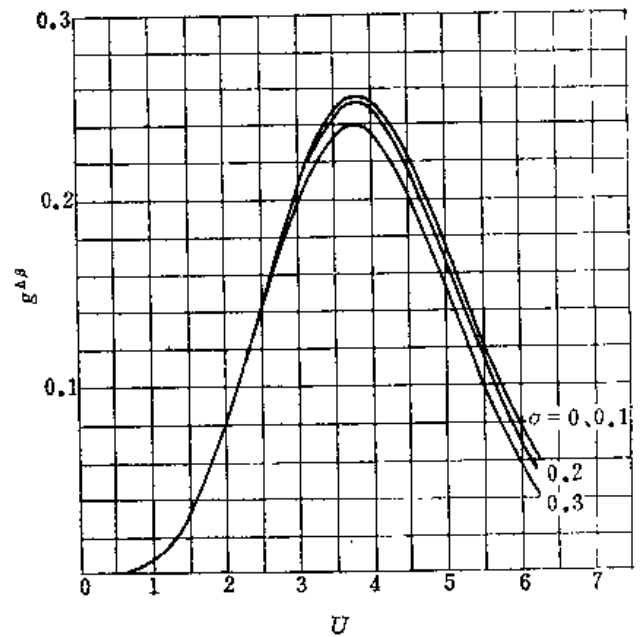


图 3-20  $g^{\Delta\beta} \sim U$  关系曲线

式中  $u_M^{\Delta\beta} = \pi D \sin \theta_M^{\Delta\beta} / \lambda$ ;  $\theta_M^{\Delta\beta}$  为俯仰差波瓣最大值方向。

在图 3-19 和图 3-20 中分别画出了以  $\sigma$  为参变量, 以  $U$  为自变量的  $g^{\Delta\alpha}$  和  $g^{\Delta\beta}$  的曲线。

由图可见, 差增益因子  $g^{\Delta\alpha}$  和  $g^{\Delta\beta}$  也都有一个最大值。这是因为对差波瓣来说截获效率  $\eta_m^{\Delta}$  与口径效率  $\eta_a^{\Delta}$  随  $U$  的变化规律也是相反的, 在某一个适当的  $U$  值, 两者的乘积达到最大值。

另外由于差模初级波瓣在一个主平面内出现双峰, 波瓣相当宽, 因此出现差增益因子最大值的  $U$  值大于出现和增益因子最大值的  $U$  值; 由于次级差波瓣为双瓣波瓣, 其能量分为两半, 这样即使在最佳照射情况下的差波瓣的增益因子(即  $g^{\Delta}$  最大值)也比和波瓣增益因子最大值约小 3dB。

#### 四、差波瓣的斜率

单脉冲天线的跟踪波瓣是差波瓣。当跟踪目标时, 差波瓣的中央零点对准目标。不难想象, 当目标偏离轴向某一给定角度时, 误差信号愈大, 则灵敏度愈高。因此, 差波瓣在轴向附近的形状是人们所关心的。

把归一化差波瓣在中央零点处随角度的变化率定义为差波瓣的相对斜率, 即

$$\Delta' = -\frac{\partial}{\partial \theta} \left[ \frac{f'(u)}{f'(u_M)} \right] \Big|_{\theta=0} = -\frac{\partial}{\partial u} \left[ \frac{f'(u)}{f'(u_M)} \right] \Big|_{u=0} \cdot \frac{\partial u}{\partial \theta} \Big|_{\theta=0} \quad (3-32)$$

把式(3-30)及(3-6)代入式(3-32), 得方位差波瓣的相对斜率为

$$\Delta'_a = \frac{1}{\sqrt{g^{\Delta\alpha}}} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \frac{4U}{\pi D \lambda} \cdot \frac{\partial}{\partial u} [f^{\Delta\alpha}(u)] \Big|_{u=0} \quad (3-33)$$

同理计及式(3-31)与(3-6)可得俯仰差波瓣的相对斜率为

$$\Delta'_b = \frac{1}{\sqrt{g^{\Delta\beta}}} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \frac{4U}{\pi D \lambda} \cdot \frac{\partial}{\partial u} [f^{\Delta\beta}(u)] \Big|_{u=0} \quad (3-34)$$

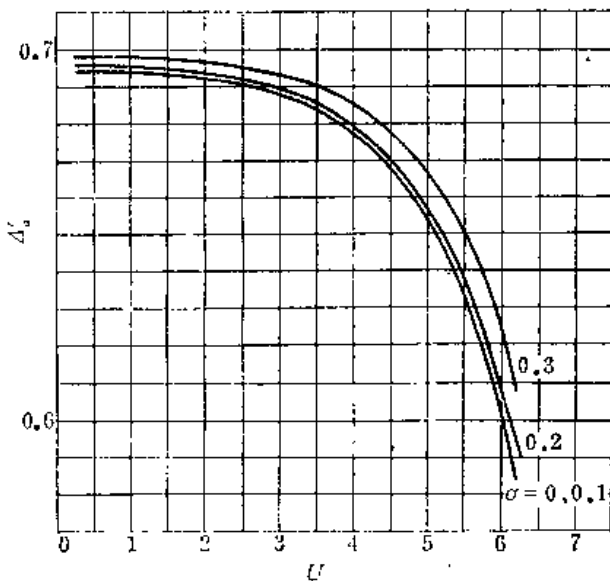


图 3-21  $\Delta'_a \sim U$  关系曲线

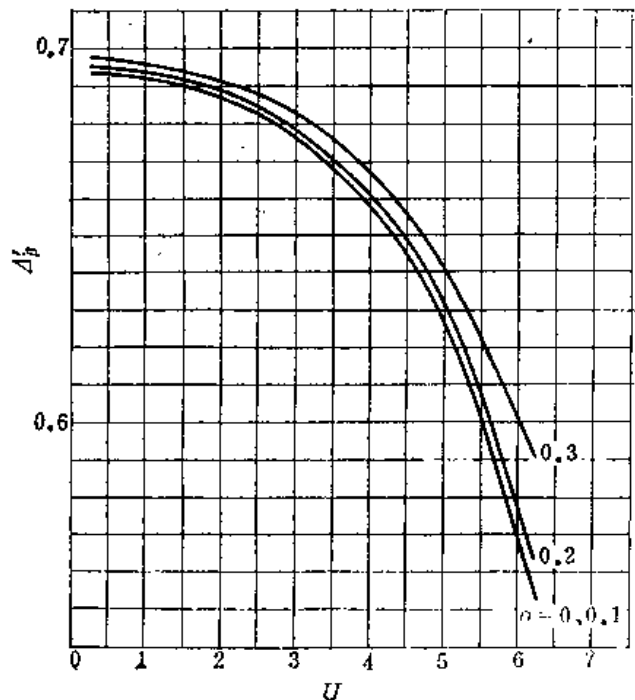


图 3-22  $\Delta'_b \sim U$  关系曲线

图 3-21 和 3-22 分别画出了以  $\sigma$  为参变量的  $\Delta'_a$  和  $\Delta'_\beta$  随参量  $U$  变化的曲线。

对于四喇叭馈源单脉冲天线，差波瓣愈窄，相对差斜率就愈大。故随着  $U$  的增大，即  $a/\lambda$  增大或  $D/F_0$  增大，相当于初级差波瓣变窄或口径张角增大，使次级口径场分布更不均匀，导致次级差波瓣增宽和相对差斜率减小。对于同一  $U$  值，方位差波瓣比俯仰差波瓣窄，方位差相对斜率比俯仰差相对斜率大。随着遮挡系数  $\sigma$  的增加，引起差波瓣变窄，使相对差斜率增大。

当目标偏离天线轴向某一角度时，接收到的误差信号电压不仅与差波瓣的相对斜率成正比，而且与差波瓣的增益因子的平方根成正比。因此把差波瓣的增益因子的平方根与相对斜率的乘积定义为差波瓣的绝对斜率。方位差波瓣的绝对斜率为

$$\Delta_a = \sqrt{g^{\Delta a}} \cdot \Delta'_a \quad (3-35)$$

俯仰差波瓣的绝对斜率为

$$\Delta_\beta = \sqrt{g^{\Delta \beta}} \cdot \Delta'_\beta \quad (3-36)$$

这样，相对差斜率只说明差波瓣的几何斜率，而绝对差斜率计及了差增益的作用。

### § 3.3 和差矛盾与最佳馈源概念

#### 一、距离灵敏度和角灵敏度

距离灵敏度和角灵敏度是衡量单脉冲天线电性能的两个主要质量指标。而这两个指标是与天线增益因子及差波瓣斜率密切相关的。

目标的距离信息是由和支路确定的。设归一化和波瓣函数为  $F^\Sigma(\theta, \phi)$ ，增益因子为  $g^\Sigma$ ，则发射的场强与接收的场强都正比于  $\sqrt{g^\Sigma} F^\Sigma(\theta, \phi)$ ，所以接收的目标回波场强为

$$E_r^\Sigma(\theta, \phi) = C \sqrt{g^\Sigma} F^\Sigma(\theta, \phi) \cdot \sqrt{g^\Sigma} F^\Sigma(\theta, \phi)$$

式中  $C$  是与发射功率、目标距离、天线电尺寸及目标性质等有关的因子。当目标在轴向时， $F^\Sigma(0, 0) = 1$ ，这时， $E_r^\Sigma(0, 0) = C \sqrt{g^\Sigma} \sqrt{g^\Sigma}$ 。距离灵敏度通常与接收场强的大小成正比例，因此，把距离灵敏度  $S_r$  定义为

$$S_r = [\sqrt{g^\Sigma}]^2 = g^\Sigma \quad (3-37)$$

当目标偏离天线轴向时，差支路将输出误差信号，发射强度由和支路决定，即正比于  $\sqrt{g^\Sigma} F^\Sigma(\theta, \phi)$ ，而接收强度由差支路决定，即正比于  $\sqrt{g^{\Delta}} F^{\Delta}(\theta, \phi)$ ，因此差支路的回波强度

$$E_r^\Delta(\theta, \phi) = C \sqrt{g^\Sigma} F^\Sigma(\theta, \phi) \cdot \sqrt{g^{\Delta}} F^{\Delta}(\theta, \phi)$$

而角灵敏度正比于在天线轴向上误差信号随目标角位置的变化率，即

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial E_r^\Delta(\theta, \phi)}{\partial \theta} \right|_{\theta=0} &= C \sqrt{g^\Sigma} \sqrt{g^{\Delta}} F^\Sigma(\theta, \phi) \left. \frac{\partial F^{\Delta}(\theta, \phi)}{\partial \theta} \right|_{\theta=0} \\ &= C \sqrt{g^\Sigma} \cdot \sqrt{g^{\Delta}} \Delta' \end{aligned}$$

因此，把角灵敏度  $S_a$  定义为

$$S_a = \sqrt{g^\Sigma} \cdot \sqrt{g^{\Delta}} \Delta' = \sqrt{g^{\Sigma \Delta}} \cdot \Delta \quad (3-38a)$$

方位角灵敏度

$$S_a^{\Sigma a} = \sqrt{g^{\Sigma}} \cdot \sqrt{g^{\Delta a}} \Delta'_a = \sqrt{g^{\Sigma a}} \cdot \Delta_a \quad (3-38b)$$

俯仰角灵敏度

$$S_{\alpha}^{\Delta\beta} = \sqrt{g^{\Sigma}} \cdot \sqrt{g^{\Delta\beta}} \cdot \Delta'_{\beta} = \sqrt{g^{\Sigma}} \cdot \Delta_{\beta} \quad (3-38c)$$

式(3-38)中的  $\Delta'$  和  $\Delta$  分别表示差波瓣的相对斜率和绝对斜率。

由以上讨论可知, 一个理想的单脉冲天线, 应该是距离灵敏度和角灵敏度两个指标都为最佳。这就要求天线的和增益, 差增益及差斜率都达到最大。可惜, 任何馈源都不能够使单脉冲反射面天线的这三项参数同时最大, 这就是所谓和差矛盾, 主要是和增益与差增益的矛盾。下面以古典四喇叭馈源为例加以说明。

## 二、和差矛盾

以四喇叭作馈源的单脉冲天线, 由于馈源的和模口径尺寸与差模口径尺寸相等, 因而初级差波瓣宽度远大于和波瓣宽度, 无法使上述两项指标同时达到最大。我们利用上节的计算曲线, 具体说明和差矛盾的概念。

若设计口径尺寸使初级和波瓣对次级口径照射为最佳, 即和增益因子达到最大(参看图 3-18 中  $\sigma=0$  的曲线,  $U=2.5$  时,  $g^{\Sigma}$  具有最大值 0.583), 此时初级差波瓣太宽, 因而对次级口径的照射使能量漏失很大, 大约总能量的一半被漏失, 如图 3-23(a) 所示。这样差波瓣的增益因子大大下降(参看图 3-19 与 3-20, 此时  $g^{\Delta\alpha}$  和  $g^{\Delta\beta}$  分别为 0.159 和 0.140, 比其最大值 0.312 和 0.256 各自下降约 3dB), 副瓣电平也相当高(参看图 3-14 与图 3-17,  $q_{1'}^{\Delta\alpha} = -11.9\text{dB}$ ,  $q_{1'}^{\Delta\beta} = -12.6\text{dB}$ )。原因是馈源的差模奇对称面的口径尺寸不够大。

反之, 若设计的口径尺寸使初级差波瓣对次级口径照射为最佳, 即差增益因子达到最大(参看图 3-19 和图 3-20 中  $\sigma=0$  的曲线,  $g^{\Delta\alpha}$  和  $g^{\Delta\beta}$  在  $U$  值为 4.1 和 3.8 时分别达到最大, 故取其中值  $U=3.95$ ), 在相同口径尺寸下, 初级和波瓣过窄, 对次级口径照射太不均匀以致使初级和波瓣的副瓣照射到主面上, 如图 3-23(b) 所示。这样主口径效率很低, 使和增益因子大大下降(参看图 3-18, 此时  $g^{\Sigma} = 0.29$ , 约比其最大值下降 3dB), 副瓣电平上升(参看图 3-9 和 3-10,  $q_{1'}^{\Sigma} = -21.6\text{dB}$ ,  $q_{1'}^{\Delta} = -19.8\text{dB}$ )。

由图 3-21 和 3-22 看出, 差波瓣相对斜率的最大值均为 0.694。当和波瓣最佳照射时,  $\Delta'_{\alpha} = 0.690$ ,  $\Delta'_{\beta} = 0.683$ ; 当差波瓣最佳照射时,  $\Delta'_{\alpha} = 0.678$ ,  $\Delta'_{\beta} = 0.659$ 。因此相对斜率的下降程度没有增益因子那么剧烈。

以上分析可见, 所谓古典四喇叭馈源的和差矛盾, 主要是指和增益与差增益之间的矛盾。当天线设计得使和增益最大时, 差增益比其最大值约损失 3dB, 比和增益差不多小 6dB; 若使差增益最大时, 和增益比其最大值也要损失 3dB。

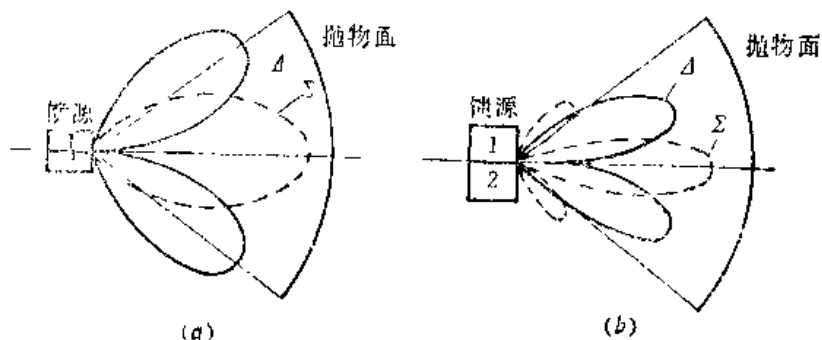


图 3-23 和差矛盾

- (a) “和”照射最佳, 但“差”漏失功率很大;  
 (b) “差”照射最佳, 但“和”照射很不够

因此，采用四喇叭馈源的单脉冲天线，无法同时使距离灵敏度和角灵敏度都达最大。通常的设计原则是：偏重于和模，适当地兼顾差模，选择  $U$  为 3 左右。

出现上述矛盾的原因，在于四喇叭馈源形成照射主口径的初级和差模波瓣时，馈源口径尺寸受到限制，即不能根据口径照射的需要来独立地分别选择和模与差模馈源最佳尺寸。可以设想，对于同一个反射器天线的主口径，当和模照射最佳时，如果在保持馈源和模口径尺寸不变的情况下，同时能够自由地适当增大馈源差模奇对称面口径尺寸，使差模的初级波瓣变窄到与和模初级波瓣宽度趋于一致，从而使差模的主口径照射也为最佳，则可解决和差矛盾。例如，当和差模照射在次级口径的边缘电平都近似等于  $-10\text{dB}$  时，和差模可同时获得最大的增益因子，如图 3-24 所示。这时约有  $2a^s = a^d$ ， $a^s$  与  $a^d$  分别表示和模与差模奇对称平面馈源口径尺寸。

对于和模，单脉冲馈源的口径场在两个主平面内都是偶对称分布；对于差模，在形成差波瓣的主平面(工作平面)内是奇对称分布，而在另一个主平面(非工作平面)内仍是偶对称分布。故需要增加的只是差模奇次平面的口径尺寸，差模的偶次平面的口径尺寸与和模的口径尺寸相等。

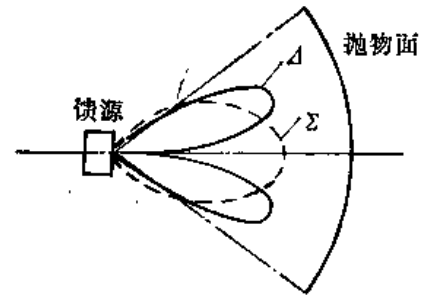


图 3-24 和差最佳照射

所以解决和差矛盾的根本办法是如何做到独立地分别控制和差模馈源口径的激励分布，即独立地控制馈源的和差模的有效口径尺寸。可以看出，四喇叭馈源恒有  $a^s = a^d$ ，是无法做到这一点的。

### 三、最佳馈源概念

为了得到上述最佳馈源口径尺寸关系及最佳馈源口径激励形状，理论上曾对馈源及主口径都为矩形的情况作过分析，分析中假定口径场分布是可分离变量的。这样使计算大为简化，而且当场分布在主口径边缘处锥削较大时(通常，实际情况可近似满足此条件)，矩形口径角区部分贡献很小，因而计算结果可近似适用于圆形口径。因此，所得出的一些基本概念及趋向仍具有普遍意义。

在进行具体分析与讨论之前，先对所要用到的一些天线性能术语作如下定义和说明：

(1) 增益比。对于和模，增益比是所研究的天线轴向增益相对于最大可能增益的比值。所谓最大可能增益，是指主口径为均匀照射而又没有漏失时所得到的增益。显然最大可能和模增益因子为 1。通常，和模轴向增益亦即峰值增益。

对于差模，增益比是天线差模波瓣峰值处增益相对于最大可能的和模增益的比值。这种定义使得能由图形直接比较和模与差模的增益。也可以用最大可能差模增益作基准来定义差模增益比。最大可能差模增益发生在主口径照射为奇对称正弦分布且边缘锥削为  $-2.15\text{dB}$  而又没有漏失时所得到的峰值增益。最大可能差模增益为最大可能和模增益的 0.609，或低  $2.15\text{dB}$ 。

(2) 漏失比。对于和模或差模，漏失比是指馈源辐射到主口径边缘以外区域的功率对馈源辐射总功率之比。

(3) 边缘电平。对于和模或差模，边缘电平是指主口径由馈源照射时，在主口径边缘处的场强对主口径上最大场强的比值。



(4) 副瓣电平。对于和模或差模，副瓣电平是指天线的次级波瓣的副瓣最大值与同一波瓣的主瓣最大值处场强之比。在下面的分析中，副瓣电平是由主口径照射直接计算的没有计及任何漏失对副瓣的影响。

(5) 波瓣宽度比。对于和模，波瓣宽度比是指馈源尺寸一定时天线次级波瓣半功率点之间夹角与主口径均匀照射时相应夹角之比值。

对于差模，波瓣宽度比是指馈源尺寸一定时天线次级波瓣两外侧半功率点之间夹角与主口径为奇对称线性分布时的波瓣相应夹角的比值。

顺便指出，作为比较基准的奇对称线性口径分布时差模的半功率波瓣宽度为

$$2\theta_{0.5} = 2.03 \frac{\lambda}{D}$$

而均匀分布的和模半功率波瓣宽度为

$$2\theta_{0.5} = 0.887 \frac{\lambda}{D}$$

(6) 差斜率比。差波瓣的绝对斜率与最大可能绝对差斜率之比。理论研究已证明，后者是在主口径照射为奇对称线性分布且没有漏失时得到的绝对差斜率，其数值为

$$\Delta_0 = \sqrt{G_0} \frac{\pi A}{\sqrt{3} \lambda}$$

式中  $G_0 = (4\pi/\lambda^2)AB$ ， $A$  与  $B$  为矩形主口径尺寸，此时  $A$  对应于差模的奇对称平面。

下面就前述的矩形口径情况，从对主口径照射的观点来讨论最佳馈源。

1. 馈源的最佳口径尺寸关系 在图3-25中示出了在两个主平面内为均匀激励的馈源及主口径照射情况。当要求和模最佳激励时，主口径边缘场值下降约 10dB，对能量截获效率与主面口径效率折衷结果，可得到最大增益，且副瓣不高。如图 3-25(a) 所示。如果特定任务需要，还可以使主口径边缘场值进一步下降，在增益降低不多的情况下获得更低的副瓣电平。而对差模照射，增加奇对称面馈源口径尺寸，则可减少能量漏失。为简单起见，假设差模照射的边缘锥削程度与和模相同，例如 -10dB 锥削。如果将差模馈源激励在奇对称平面内的口径尺寸增加大约一倍，而保持其在偶对称平面内口径尺寸与和模激励口径尺寸大致相等，则使差模也接近最佳照射，如图 3-25(b) 所示。图中表示的为俯仰面情况。至于方位平面差模情况，也与此类似。

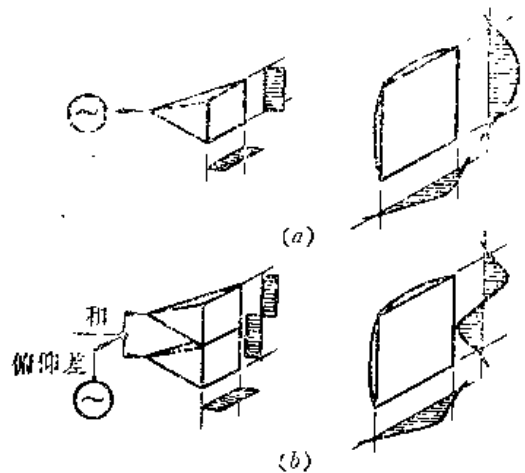


图 3-25 最佳馈源口径尺寸  
(a) 和模；(b) 差模

由此看来，要使和模与差模同时达到最佳，馈源激励在奇对称平面内和差模的口径尺寸是不同的。必须计算各模口径尺寸对天线远场方向图特性的影响。为此，在假定馈源口径场为均匀分布情况下计算出的天线电参数与尺寸参数  $U$  的函数关系示于图 3-26 与图 3-27。虽然如下面将要讨论到的，馈源口径场为均匀分布并不是一种很好的馈源激励形式，但是，假设馈源激励为均匀分布时，计算简便，可以为研究馈源口径尺寸对天线方向图特性的影响得到一些很有意义的典型结果。

图 3-26 的曲线为和模次级波瓣的一些重要性能参数与天线及馈源尺寸之间的关系。这

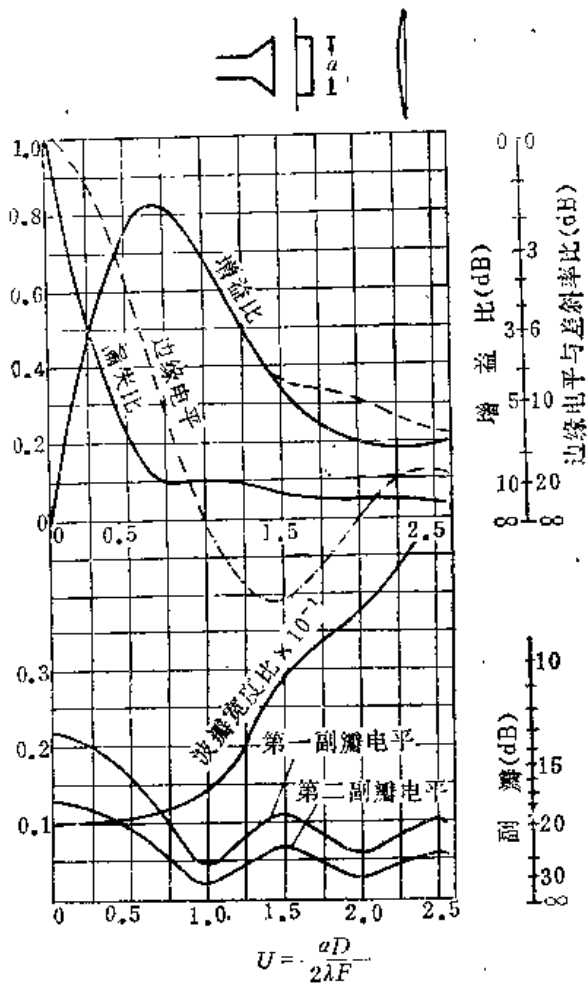


图 3-26 和模方向图特性

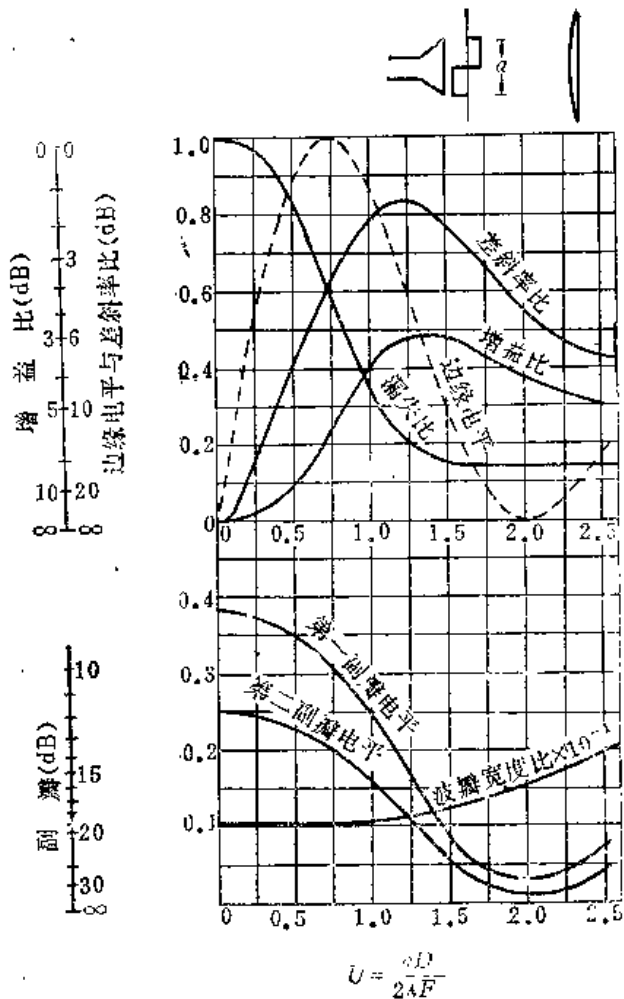


图 3-27 差模方向图特性

里全部数值都是依据口径一维尺寸确定的。但是如前所述，对于大尺寸矩形口径（主口径与馈源口径均大于工作波长，主口径尺寸又比馈源尺寸大得多），天线辐射方向图可分离为俯仰与方位平面方向图的乘积。在二维情况下，和模增益比由所含的两个主平面的每一平面内所计算出的相应一维和增益比数值相乘而得。而“一维”增益是在如下情况下计算的增益，即一个主平面内的尺寸及口径照射如所指特定情况，而另一个主平面内为均匀分布且没有漏失。由图可见，和模增益比的最大值发生在

$$U = \frac{aD}{2\lambda F} = 0.68$$

时，而第一、第二副瓣在

$$U = \frac{aD}{2\lambda F} = 1.00$$

时有最小值。若兼顾增益与副瓣，折衷可选  $U$  为 0.80。如果要求天线和波瓣在两个主平面内相同，则口径两维尺寸均可按上述原则选取。

图 3-27 所示的为差模次级方向图特性曲线。在此仅考虑差模奇对称平面一维情况。二维差增益比数值可由奇对称平面(图 3-27)的一维差模数值与偶对称平面(图 3-26)的相应一维和模数值的乘积得出。在奇对称平面内，差模增益比最大值发生在

$$U = \frac{aD}{2\lambda F} \approx 1.37$$

时，这一尺寸近似等于和模增益比最大时尺寸的二倍。第一与第二副瓣电平在

$$U = \frac{aD}{2\lambda F} \approx 2.00$$

时出现最小值，这一尺寸也恰好为和模最低副瓣电平时尺寸的二倍。如果对增益与副瓣电平二者折衷考虑，则差模奇对称平面的最佳  $U$  值可取为 1.60，也是相应情况下和模最佳  $U$  值的两倍。而在另一平面即差模偶对称平面内的最佳尺寸，将大约等于前述和模情况所得出的尺寸。对差模来说，能量漏失将对副瓣电平产生重大影响。由漏失比曲线可见，在  $U = 1.60$  时，漏失的功率将低于  $U = 0.80$  时漏失功率数值的三分之一，并且已减小到接近实际所能达到的最小漏失比值。

差模的另一重要参数差斜率也示于图 3-27 中，差斜率比也是对应于一维口径情况的。在两维情况下，差模的斜率比由图 3-27 表示的奇对称面内的一维差斜率比与另一个平面(偶对称平面)内和模增益比的平方根的乘积确定。由图 3-27 可以看出，在奇对称平面内，当  $U = 1.23$  时，差斜率有最大值。这一尺寸较之最大差增益尺寸稍小一些，但较之和模增益最大时的尺寸则大得多。对于差模，得到最大差斜率与最大差增益时所要求的口径尺寸相当接近。这表明在馈源设计时，要求差斜率最佳与差增益最佳是接近一致的。

2. 馈源激励最佳形状 首先从对次级口径照射的观点定性分析一下对馈源激励形状

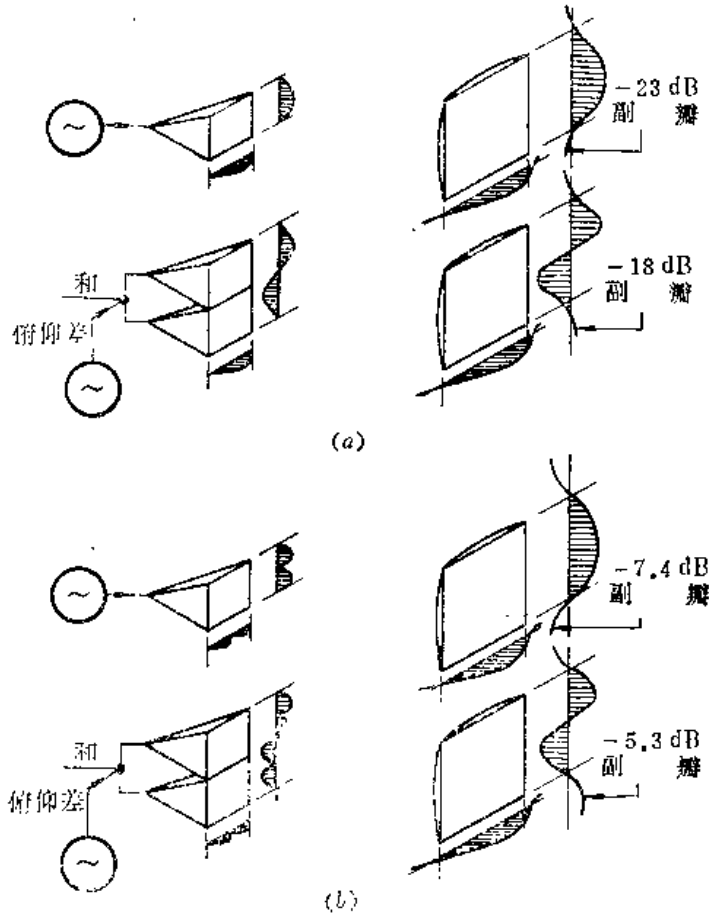



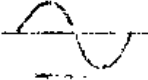
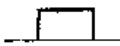


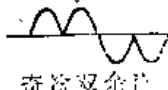
图 3-28 馈源激励形状比较

(a) 好的激励形状； (b) 不好的激励形状

的要求。当馈源口径激励的和模为余弦、差模为余弦和正弦形状时(如图 3-28(a)所示),初级波瓣的副瓣电平低,从次级口径边缘漏失的能量很少。而当馈源口径激励的和模为双余弦、差模为双余弦和奇次双余弦形状时,如图 3-28(b)所示,初级波瓣的副瓣电平高,从次级口径边缘漏失的能量多,这些漏失的能量迭加在天线后半空间的副瓣上,将大大提高次级波瓣的副瓣电平。这样在接收时,它将接收来自地面或其它物体的相干信号以及地面热辐射引起的非相干信号。这不仅增大了天线噪声温度,而且由于上下或左右干扰信号的不同,会产生一个假的误差信号进入差支路,造成严重的跟踪误差。显然,前者的馈源激励形状比后者要好。

其次,以天线的次级波瓣的三个参数,即和增益比、差斜率比及漏失比数值大小的比较来定量地评价馈源激励形状的优劣。现将几种馈源口径激励形状及它们所产生的上述次级波瓣性能参数列于表 3-1 中。表中参数是对于一维时的量值。如果乘以相应的另一维的量值,即可得出两维结果。由表中的数值可清楚地看出,在这三种馈源口径激励形状中,单余弦正弦形状最好,双余弦分布最差,均匀分布居中;还可以看出,激励形状的差异对次级波瓣性能影响很大,例如,由单余弦正弦形状与双余弦形状相比较,仅就一维量值而言,和模增益增加 1.1dB,差斜率增加 1.3dB,而和差模漏失功率均减少许多。

表 3-1

和				差			
馈源激励	天线性能	馈源激励	天线性能	馈源激励	天线性能	馈源激励	天线性能
形状	最大增益时的 $\frac{aD}{2\lambda F}$	增益比	漏比比	形状	最大斜率时的 $\frac{aD}{2\lambda F}$	斜率比	漏失比
 余弦	0.94	0.90	0.04	 正弦	1.39	0.89	0.09
 均匀	0.69	0.83	0.13	 奇次均匀	1.22	0.82	0.22
 双余弦	0.71	0.70	0.25	 奇次双余弦	1.26	0.77	0.31

3. 理想的馈源口径激励 综合对和模、差模馈源的最佳尺寸和形状的分析, 可以提出一种对单脉冲三个模在两维上均为最佳的理想馈源口径激励, 如图 3-29 所示。差模激励在奇对称面内的尺寸为和模有效激励尺寸的两倍, 而在偶对称面内的尺寸与形状均与和模相同。如果设计馈源时采用和模与差模独立控制的办法, 使和模与两个差模的激励形状均逼近图 3-29 的最佳馈源激励要求, 则次级波瓣性能将非常接近于单脉冲三个模均为最佳的情况。估计一下图 3-29 的馈源激励可能获得的性能改善程度是有意义的。为此, 假定原先馈源三个模的两个主平面的尺寸参数(由馈源激励在该平面的有效尺寸决定) $U$  均为 0.80, 而理想馈源在差模的奇对称面内  $U$  变为 1.60; 再假定原先馈源激励形状的偶对称型为双余弦及均匀分布, 而奇对称型为正弦及奇次均匀分布。利用前述的曲线与图表可以估计出两维时性能参数的改善程度。对于和模, 增益增加约 1.4dB, 而漏失比将由 0.3 减小到 0.03 以下。这些变化是由于改善了激励形状的结果。对于差模, 峰值增益平均增加约 3.5dB, 差斜率平均提高约 1.9dB, 而漏失比将大约由 0.5 减小到 0.05 以下。这主要是由于差模奇对称平面馈源有效激励口径加倍的结果。同时, 差模第一副瓣电平由约 -10.5dB 下降为约 -23.7dB。

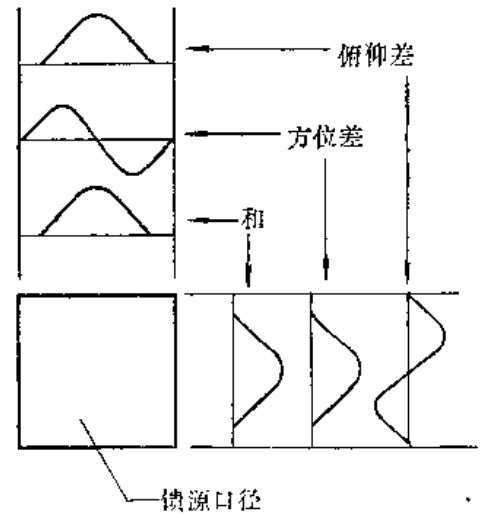


图 3-29 最佳馈源激励

上述分析是对矩形主口径进行的。至于圆形口径, 虽然没有计算, 但是可以预料, 其差模增益、斜率及漏失将有更明显一些的改善, 而差模的近副瓣电平的改善没有矩形口径那样明显。因此可以得出结论: 对于任何一种包含较大尺寸馈源与聚焦元件的比幅单脉冲天线, 图 3-29 所示的馈源激励都将获得最佳单脉冲性能。

### § 3.4 单脉冲天线的实用馈源

馈源是单脉冲天线的关键元件, 单脉冲天线的性能与它密切相关。单脉冲精密跟踪天线对馈源的要求是: 和模与差模的激励特性接近最佳, 以获得最大距离灵敏度和角灵敏度以及低副瓣电平; 能工作于全极化(线极化和圆极化), 耐功率高, 频带宽, 结构简单。

原则上可以通过分别控制和模与差模的口径激励来实现上节提出的三个模都达到最佳性能的理想馈源口径场分布。但在实用上, 由于这种独立控制技术的复杂性, 往往难以完满地使三个模均为最佳。独立控制各模的方法是: 多喇叭法, 多模法\*, 以及它们的组合——多喇叭多模法。由于采用多喇叭将使馈源网络系统复杂化, 现在用得更为普遍的是多模法。本节将以五喇叭馈源及多模馈源为重点介绍一些实用馈源的基本工作原理及其主要特性参数。

#### 一、一发五收的五喇叭馈源

一发五收的五喇叭馈源(如图 3-30 所示), 通常由中心喇叭 1 作和喇叭, 它向空间辐射能量, 接收时提供目标距离信号, 并用作差支路的信号基准。左右喇叭 2 与 3 组成方位差, 上

\* 这里系指波导内传输波型的模式, 应与前面的和模、差模概念相区别。

喇叭4与5组成俯仰差，它们都不辐射能量，只作接收，分别提供方位差信号与俯仰差信号。这样，和模与差模波瓣能独立控制，能在一定程度上减小和差矛盾，而且仅中心喇叭承受高功率，周围四个喇叭均只接受低功率，和差器结构简单，加之便于实现圆极化，尽管由于组成差支路的两组对应喇叭相位中心距离增大，导致相应偏轴波束分离角大，交叉电平降低，从而使差斜率降低，五喇叭馈源仍然得到广泛应用，并且通常用做卡塞格伦天线的馈源。采用与分析计算四喇叭馈源的单脉冲天线时同样的方法、步骤及坐标关系，可以很相似地得出五喇叭馈源卡塞格伦单脉冲天线的初次级方向特性。这里将不作推导而直接引出一些主要结果。

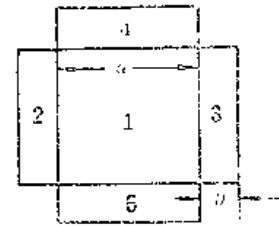


图 3-30 五喇叭馈源

1. 和模方向特性 因为和模由喇叭1产生，其口径场沿E面为均匀分布，沿H面为余弦分布，其初级波瓣函数与普通波导辐射器相同，即

$$f^{\Sigma}(\phi, \xi) = \frac{\sin\left(\frac{\pi a}{\lambda} \sin\phi \cos\xi\right)}{\frac{\pi a}{\lambda} \sin\phi \cos\xi} \cdot \frac{\cos\left(\frac{\pi a}{\lambda} \sin\phi \sin\xi\right)}{\left(\frac{\pi}{2}\right)^2 - \left(\frac{\pi a}{\lambda} \sin\phi \sin\xi\right)^2} \quad (3-39)$$

次级口径场分布为

$$f^{\Sigma}(x, y) = \frac{\sin\left(2U \frac{x}{D}\right)}{2U \frac{x}{D}} \cdot \frac{\cos\left(2U \frac{y}{D}\right)}{\left(\frac{\pi}{2}\right)^2 - \left(2U \frac{y}{D}\right)^2} \quad (3-40)$$

在不计口径遮挡效应时，次级和波瓣函数为

$$\begin{aligned} f^{\Sigma 0}(\theta, \phi) &= \frac{D^2}{2U} \int_0^1 \frac{\cos(UT)}{\left(\frac{\pi}{2}\right)^2 - (UT)^2} \cdot \cos\left(\frac{kDT}{2} \sin\theta \sin\phi\right) \\ &\quad \times \left\{ \text{Si}\left[\left(U + \frac{kD}{2} \sin\theta \cos\phi\right) \sqrt{1-T^2}\right] \right. \\ &\quad \left. + \text{Si}\left[\left(U - \frac{kD}{2} \sin\theta \cos\phi\right) \sqrt{1-T^2}\right] \right\} dT \end{aligned} \quad (3-41)$$

式中  $U = \pi a D / 2\lambda F_e$ ， $a$  为喇叭口径边长； $D$  为次级口径直径； $F_e$  为等效焦距。

口径遮挡效应产生的波瓣为

$$\begin{aligned} f^{\Sigma \sigma}(\theta, \phi) &= \frac{D^2 \sigma}{2U} \int_0^1 \frac{\cos(U\sigma t)}{\left(\frac{\pi}{2}\right)^2 - (U\sigma t)^2} \cdot \cos\left(\frac{kD\sigma t}{2} \sin\theta \sin\phi\right) \\ &\quad \times \left\{ \text{Si}\left[\left(U + \frac{kD}{2} \sin\theta \cos\phi\right) \sigma \sqrt{1-t^2}\right] \right. \\ &\quad \left. + \text{Si}\left[\left(U - \frac{kD}{2} \sin\theta \cos\phi\right) \sigma \sqrt{1-t^2}\right] \right\} dt \end{aligned} \quad (3-42)$$

式中  $\sigma = d/D$ ， $d$  为双曲面直径。考虑口径遮挡后的次级和波瓣函数则为

$$f^{\Sigma}(\theta, \phi) = f^{\Sigma 0}(\theta, \phi) - f^{\Sigma \sigma}(\theta, \phi) \quad (3-43)$$

2. 方位差方向特性 方位差信号由馈源喇叭2与3提供，它们组成一个二元阵。于是

初级方位差波瓣函数为

$$f^{\Delta\alpha}(\phi, \xi) = \frac{\sin\left(\frac{\pi a}{\lambda} \sin\phi \cos\xi\right)}{\frac{\pi a}{\lambda} \sin\phi \cos\xi} \cdot \frac{\cos\left(\frac{c\pi a}{\lambda} \sin\phi \sin\xi\right)}{\left(\frac{\pi}{2}\right)^2 - \left(\frac{c\pi a}{\lambda} \sin\phi \sin\xi\right)^2} \\ \times \sin\left[\frac{\pi a}{\lambda} (1+c) \sin\phi \sin\xi\right] \quad (3-44)$$

式中后一部分为二元阵的阵因子，前一部分为单元因子，形式与和波瓣相同， $c = b/a$ ， $a$ 为中心喇叭尺寸， $b$ 为边沿喇叭窄边尺寸(见图 3-30)。次级方位差口径场分布为

$$f_s^{\Delta\alpha}(x, y) = \frac{\sin\left(2U \frac{x}{D}\right)}{2U \frac{x}{D}} \cdot \frac{\cos\left(2cU \frac{y}{D}\right)}{\left(\frac{\pi}{2}\right)^2 - \left(2cU \frac{y}{D}\right)^2} \sin\left[(1+c)2U \frac{y}{D}\right] \quad (3-45)$$

没有口径遮挡时的次级方位差波瓣函数为

$$f^{\Delta\alpha 0}(\theta, \phi) = \frac{D^2}{2U} \int_0^1 \frac{\cos(cUT)}{\left(\frac{\pi}{2}\right)^2 - (cUT)^2} \sin[(1+c)UT] \sin\left(\frac{kDT}{2} \sin\theta \sin\phi\right) \\ \times \left\{ \text{Si}\left[\left(U + \frac{kD}{2} \sin\theta \cos\phi\right) \sqrt{1-T^2}\right] \right. \\ \left. + \text{Si}\left[\left(U - \frac{kD}{2} \sin\theta \cos\phi\right) \sqrt{1-T^2}\right] \right\} dT \quad (3-46)$$

当  $\phi = 90^\circ$  时，得到方位平面内次级差波瓣为

$$f^{\Delta\alpha 0}(\theta, 90^\circ) = \frac{D^2}{U} \int_0^1 \frac{\cos(cUT)}{\left(\frac{\pi}{2}\right)^2 - (cUT)^2} \sin[(1+c)UT] \\ \sin\left(\frac{kDT}{2} \sin\theta\right) \text{Si}[U\sqrt{1-T^2}] dT \quad (3-47)$$

遮挡部分所形成的方位差波瓣为

$$f^{\Delta\alpha \sigma}(\theta, 90^\circ) = \frac{D^2\sigma}{U} \int_0^1 \frac{\cos(cU\sigma t)}{\left(\frac{\pi}{2}\right)^2 - (cU\sigma t)^2} \sin[(1+c)U\sigma t] \\ \times \sin\left(\frac{kD\sigma t}{2} \sin\theta\right) \text{Si}[U\sigma\sqrt{1-t^2}] dt \quad (3-48)$$

于是考虑遮挡效应后的方位差波瓣函数为

$$f^{\Delta\alpha}(\theta) = f^{\Delta\alpha 0}(\theta, 90^\circ) - f^{\Delta\alpha \sigma}(\theta, 90^\circ) \quad (3-49)$$

3. 俯仰差方向特性 与方位面的情况类似，俯仰差初级波瓣函数为

$$f^{\Delta\beta}(\phi, \xi) = \frac{\sin\left(\frac{c\pi a}{\lambda} \sin\phi \cos\xi\right)}{\frac{c\pi a}{\lambda} \sin\phi \cos\xi} \cdot \frac{\cos\left(\frac{\pi a}{\lambda} \sin\phi \sin\xi\right)}{\left(\frac{\pi}{2}\right)^2 - \left(\frac{\pi a}{\lambda} \sin\phi \sin\xi\right)^2} \\ \times \sin\left[\frac{\pi a}{\lambda} (1+c) \sin\phi \cos\xi\right] \quad (3-50)$$

次级俯仰差口径场分布为

$$f_{\theta}^{\Delta\beta}(x, y) = \frac{\sin\left(2cU \frac{x}{D}\right) \cdot \cos\left(2U \frac{y}{D}\right)}{2cU \frac{x}{D} \cdot \left(\frac{\pi}{2}\right)^2 - \left(2U \frac{y}{D}\right)^2} \sin\left[(1+c)2U \frac{x}{D}\right] \quad (3-51)$$

没有口径遮挡时，次级俯仰差波瓣函数为

$$\begin{aligned} f^{\Delta\beta 0}(\theta, \phi) = & \frac{D^2}{4cU} \int_0^1 \frac{\cos(UT)}{\left(\frac{\pi}{2}\right)^2 - (UT)^2} \cos\left(\frac{kDT}{2} \sin\theta \sin\phi\right) \\ & \times \left\{ \text{Si}\left[\left(\frac{kD}{2} \sin\theta \cos\phi + U\right)\sqrt{1-T^2}\right] \right. \\ & + \text{Si}\left[\left(\frac{kD}{2} \sin\theta \cos\phi - U\right)\sqrt{1-T^2}\right] \\ & - \text{Si}\left[\left(\frac{kD}{2} \sin\theta \cos\phi + U + 2cU\right)\sqrt{1-T^2}\right] \\ & \left. - \text{Si}\left[\left(\frac{kD}{2} \sin\theta \cos\phi - U - 2cU\right)\sqrt{1-T^2}\right] \right\} dT \quad (3-52) \end{aligned}$$

当  $\phi = 0^\circ$  时得到俯仰平面内次级差波瓣

$$\begin{aligned} f^{\Delta\beta 0}(\theta, 0^\circ) = & \frac{D^2}{4cU} \int_0^1 \frac{\cos(UT)}{\left(\frac{\pi}{2}\right)^2 - (UT)^2} \cdot \left\{ \text{Si}\left[\left(\frac{kD}{2} \sin\theta + U\right)\sqrt{1-T^2}\right] \right. \\ & + \text{Si}\left[\left(\frac{kD}{2} \sin\theta - U\right)\sqrt{1-T^2}\right] \\ & - \text{Si}\left[\left(\frac{kD}{2} \sin\theta + U + 2cU\right)\sqrt{1-T^2}\right] \\ & \left. - \text{Si}\left[\left(\frac{kD}{2} \sin\theta - U - 2cU\right)\sqrt{1-T^2}\right] \right\} dT \quad (3-53) \end{aligned}$$

遮挡部分所形成的俯仰差波瓣

$$\begin{aligned} f^{\Delta\beta\sigma}(\theta, 0^\circ) = & \frac{D^2\sigma}{4cU} \int_0^1 \frac{\cos(U\sigma t)}{\left(\frac{\pi}{2}\right)^2 - (U\sigma t)^2} \cdot \left\{ \text{Si}\left[\left(\frac{kD}{2} \sin\theta + U\right)\sigma\sqrt{1-t^2}\right] \right. \\ & + \text{Si}\left[\left(\frac{kD}{2} \sin\theta - U\right)\sigma\sqrt{1-t^2}\right] \\ & - \text{Si}\left[\left(\frac{kD}{2} \sin\theta + U + 2cU\right)\sigma\sqrt{1-t^2}\right] \\ & \left. - \text{Si}\left[\left(\frac{kD}{2} \sin\theta - U - 2cU\right)\sigma\sqrt{1-t^2}\right] \right\} dt \quad (3-54) \end{aligned}$$

同样，考虑遮挡影响后的俯仰差波瓣函数为

$$f^{\Delta\beta}(\theta) = f^{\Delta\beta 0}(\theta, 0^\circ) - f^{\Delta\beta\sigma}(\theta, 0^\circ) \quad (3-55)$$

得出和差模的次级波瓣函数之后，不难根据 § 3.2 中的基本定义，计算其和差模增益因子及差模斜率。



在本章参考文献[2]中已将以 $\sigma$ 、 $c$ 为参变量， $U$ 为自变量计算的五喇叭馈源卡塞格伦单脉冲天线主要电参数绘成一组通用曲线，可供天线性能计算及工程设计时应用。

为了进行比较，在图3-31~图3-35中分别示出了和增益因子 $g^{\Sigma}$ ，方位差增益因子 $g^{\Delta\alpha}$ ，差斜率 $\Delta'_\alpha$ ，俯仰差增益因子 $g^{\Delta\beta}$ ，差斜率 $\Delta'_\beta$ 在不同的口径尺寸比 $c = b/a$ 时随 $U$ 变化的曲线。

计算结果表明，与四喇叭馈源相比，五喇叭馈源对天线性能确有改进。例如，当 $\sigma = 0.1$ 时，和波瓣在 $U = 2.74$ 时获得最大和增益因子 $g_{\max}^{\Sigma} = 0.703$ ，而在四喇叭馈源情况下， $g_{\max}^{\Sigma} = 0.583$ ，这是由于五喇叭馈源的和模激励形状优于四喇叭馈源的缘故。另外，对五喇叭馈源

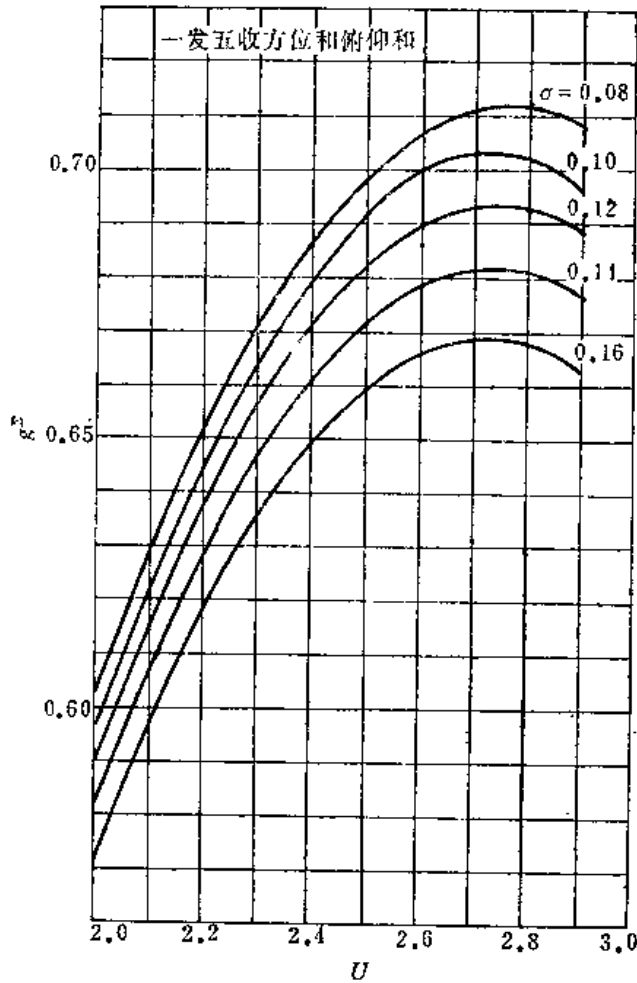


图 3-31  $g^{\Sigma}$ 与 $U$ 关系曲线

来说，组成方位(或俯仰)差的两个喇叭，相当于四喇叭馈源的左右(或上下)两对喇叭拉开一段距离 $a$ ，在阵方向性因子的作用下，两个初级差波瓣的宽度大大变窄，适当选取差喇叭的宽度 $b$ ，实际上能做到与初级和波瓣宽度相当，甚至还窄一些。因此，五喇叭馈源在一定程度上改善了和差矛盾，特别是显著地降低了次级差波瓣的副瓣电平。计算表明，当 $c = 0.6$ 时，综合照顾到天线几方面的性能，取 $U = 2.1$ ，并设遮挡系数 $\sigma$ 为0.08，可得 $g^{\Sigma} = 0.629$ ， $q_1^{\Delta\alpha} = -21.3\text{dB}$ ， $q_1^{\Delta\beta} = -18.2\text{dB}$ ； $g^{\Delta\alpha} = 0.49$ ， $\Delta'_\alpha = 0.65$ ， $q_1^{\Delta\alpha} = -20.4\text{dB}$ ； $g^{\Delta\beta} = 0.267$ ， $\Delta'_\beta = 0.49$ ， $q_1^{\Delta\beta} = -21.7\text{dB}$ 。

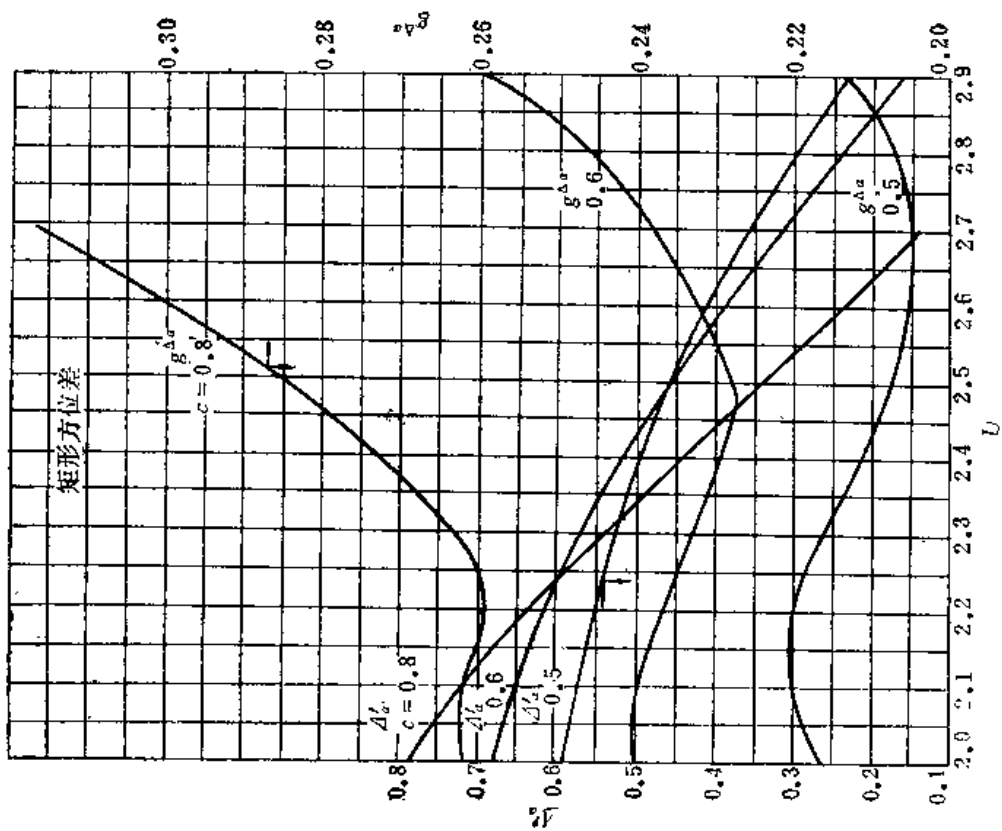


图 3-32  $g^{\Delta\sigma}$ ,  $\Delta'_{\sigma}$  与  $U$  关系曲线

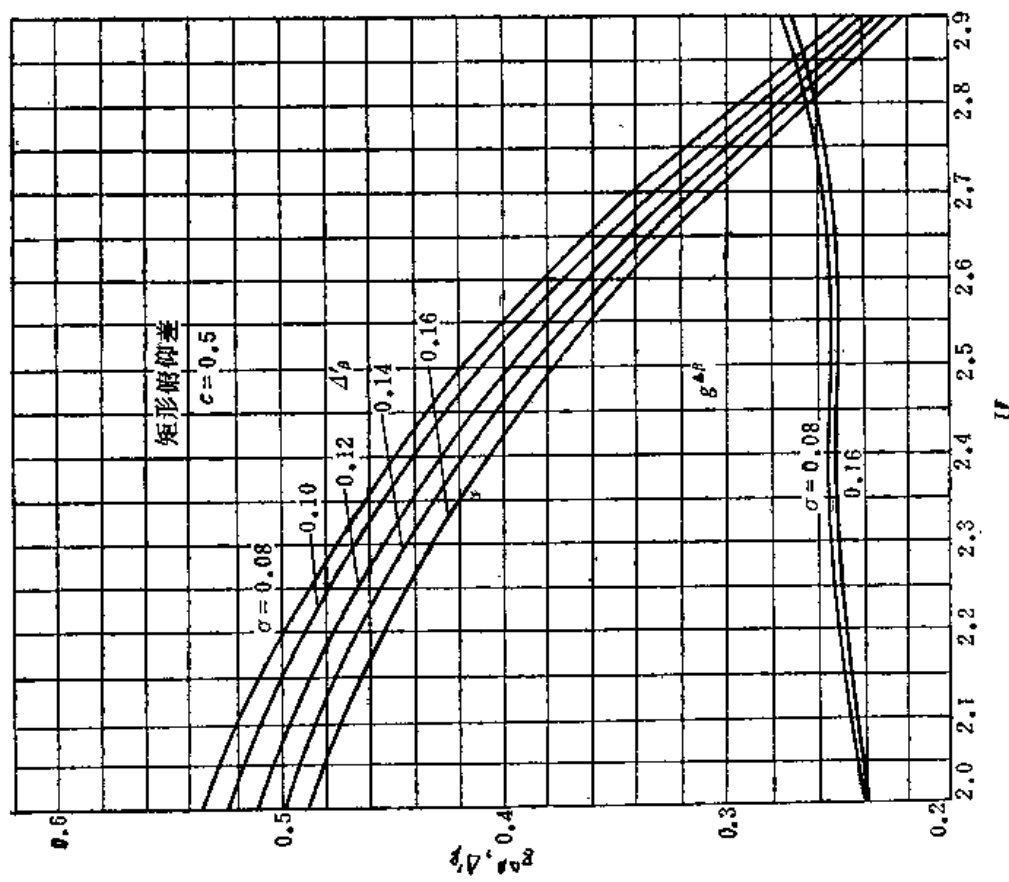


图 3-33  $g^{\Delta\phi}$ ,  $\Delta'_{\phi}$  与  $U$  关系曲线

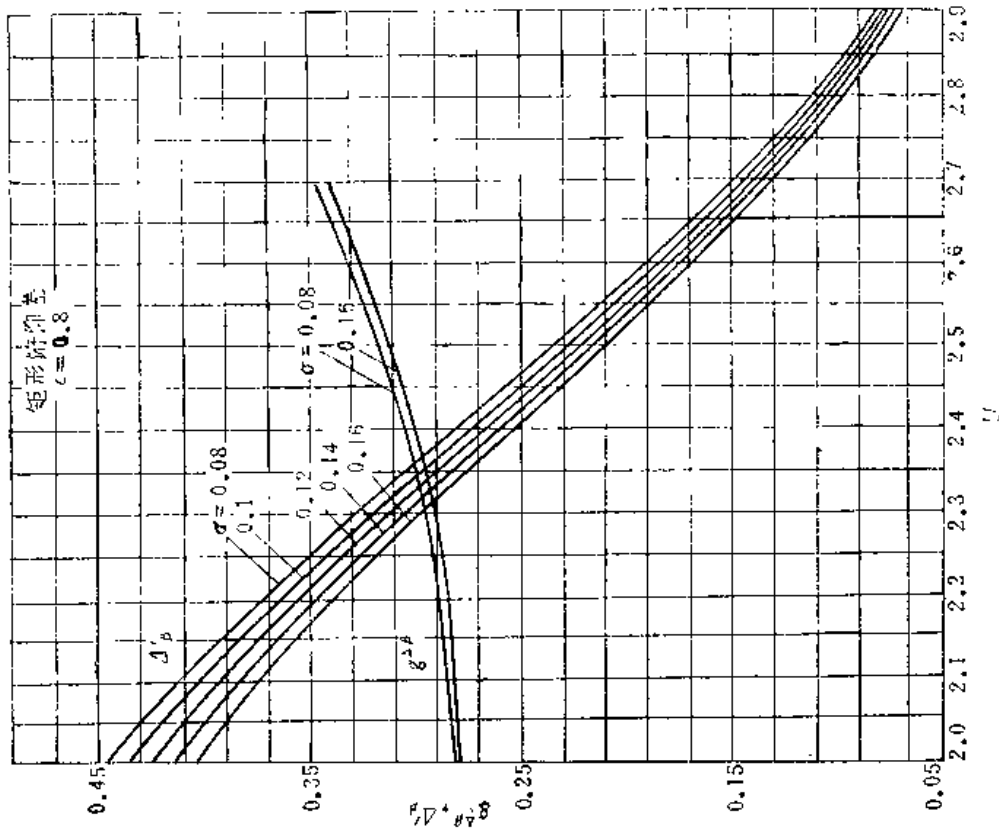


图 3-35  $g^{\Delta\beta}$ ,  $\Delta'\beta$  与  $U$  关系曲线

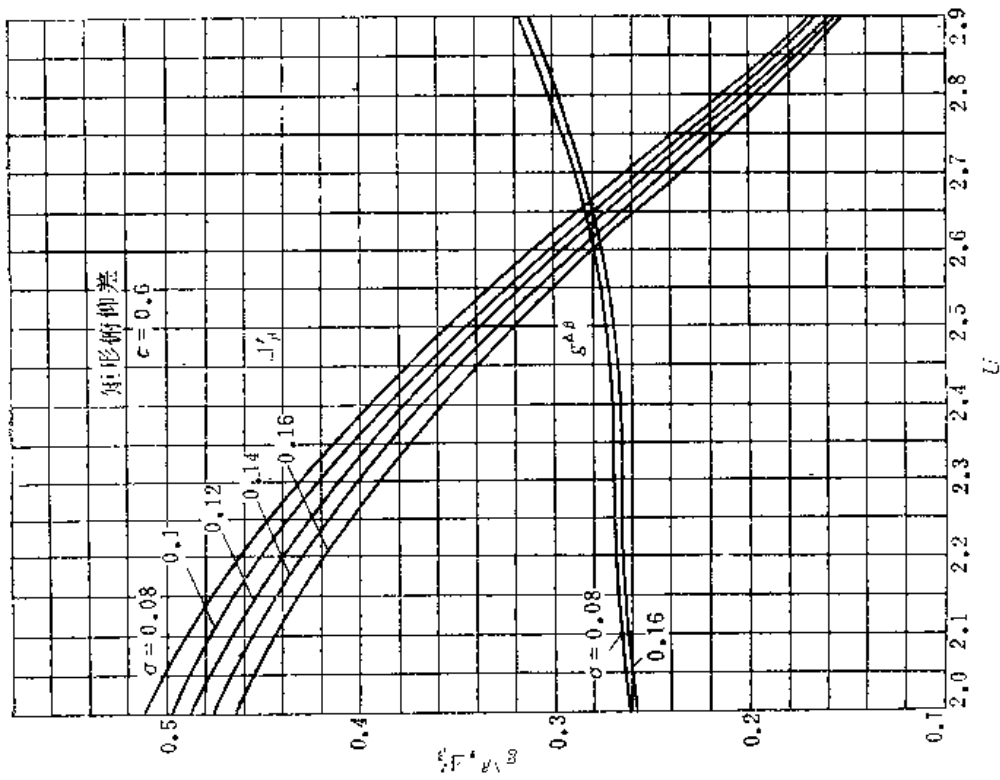


图 3-34  $g^{\Delta\beta}$ ,  $\Delta'\beta$  与  $U$  关系曲线

## 二. 多模馈源

实用中多采用单口径多模馈源, 由于在两个主平面内均采用多模法来控制其口径激励, 可以得到最佳口径场分布, 加之控制比较容易, 使其馈源系统结构比较简单, 故目前应用较为广泛。

1. 工作原理 多模馈源就是把波导中各种传输波型的场相加, 由适当的偶对称与奇对称波型器产生相应的单脉冲馈源激励, 同时控制各种波型模式的相对幅度与相位, 使得各模式场在馈源口径上组合成的激励宽度与形状, 尽量接近于理想馈源状态。多模馈源所用的高次模是由在波导中引入不连续性而产生的。不连续性的形式原则上是可以任意的(例如销钉、膜片以及波导张角或截面变化等), 但通常采用变张角或变截面的方法来激励所需要的波型。实际应用中, 不连续面可以有一个或多个; 在一个不连续面上的激励波导可以是一个或几个。要实现独立控制的多模馈源设计, 关键在于如何确定各高次模的相对振幅与相位, 以及如何进一步在传输过程中控制各模式之间的相位关系, 使之到达馈源口径平面时满足所需的要求。前者对于规则形状波导有一些计算方法可以解决, 后者则通常由选取适当的波导长度来控制各模次之间的相位关系。

产生高次模波的装置称作波型器。波型器即为一组波导系统, 它具有能产生高次模的不连续截面(或元件), 其一般性结构如图 3-36 所示。激励波导仅能传输基波, 它接至长度为  $L$  的主波导入口, 主波导的开口端即为馈源辐射口径面。当然也可以是几个波型器连接起来, 这时最后的主波导开口端为馈源口径。波型器中可以传输若干种不同高次模波, 但必须使不必要的高次模截止。高次模波在主波导与激励波导相连接的不连续处产生。在不连续面的前面即激励波导内将有入射与反射的基模以及高次衰减模; 而在后面即主波导内将有入射基模与入射高次模以及衰减模。

在主波导中, 各种模式以不同的相速度向辐射口径传播。在口径面上各模的相对相位关系, 可以用改变波导尺寸特别是其长度  $L$  来控制。实际上, 一个波型器产生的振幅与相位可分别控制的模式的数目, 通常仅限于 3 个或 4 个, 因此, 为了获得足够多的模式, 应把几个波型器组合起来使用。

波型器的形式通常是对称的, 只需研究两个互相垂直的对称平面, 如  $E$  面和  $H$  面。为在

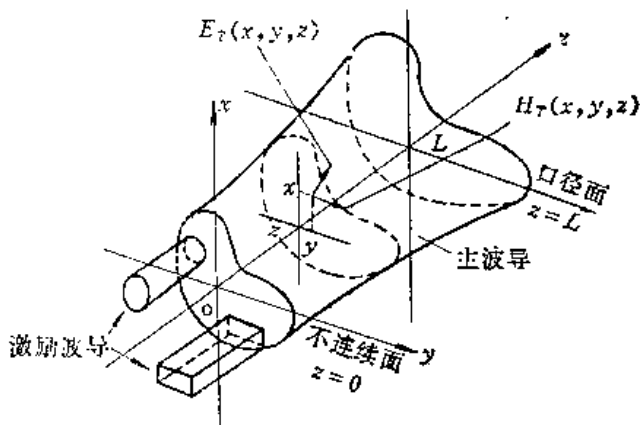


图 3-36 波型器工作原理

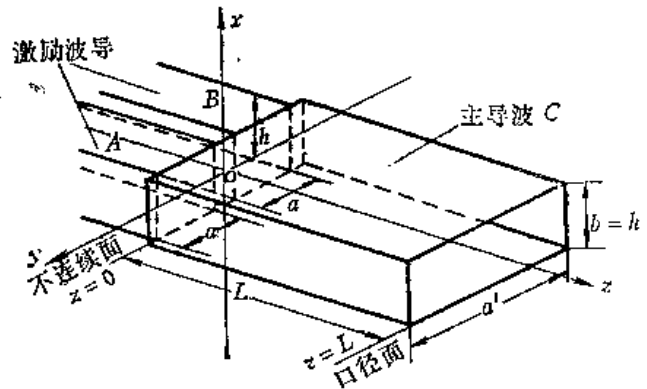


图 3-37 H面波型器

波型器中激励起单脉冲馈源所需的偶、奇对称场分布，一般可对称地接入 1, 2 或 4 个激励波导。下面讨论波型器的主要型式： $H$  面波型器与  $E$  面波型器以及它们的组合。

(1)  $H$  面波型器。其结构如图 3-37 所示。设有两个相邻平行激励波导  $A$  与  $B$ ，其宽度为  $a$ ，高度为  $h$ ，其宽边与水平面平行。 $A, B$  波导与主波导  $C$  连接，主波导高度  $b = h$ ，宽度  $a' > 2a$ ，长度为  $L$ 。不连续性发生于磁场平面。在  $A, B$  波导中只允许传输  $H_{10}$  模，而在主波导  $C$  中，其尺寸限定为允许传输偶对称模  $H_{10}, H_{30}$  及奇对称模  $H_{20}$ ，其余高次模将是衰减的，因为尺寸满足下列条件：

$$\frac{3\lambda}{2} < a' < \frac{4\lambda}{2} \quad (3-56)$$

采用直角坐标系， $z = 0$  的平面为激励波导与主波导的交接面即不连续面， $z = L$  处为口径面。利用魔 T 接头， $A, B$  波导可以实现同相(偶对称)激励或反相(奇对称)激励。

奇对称通道工作：如果  $A$  与  $B$  为等幅反相输入，在主波导  $C$  中激励起的模是奇对称的，但除  $H_{20}$  模外，其它更高次模都是衰减(截止)的。此模向主波导口径传输并形成奇对称的场分布。当我们忽略主波导口上的反射模及衰减模影响时，可以认为场分布在主波导  $C$  的宽边为正弦形奇对称分布，而窄边上为均匀分布，如图 3-38(a) 所示。场分布表达式为

$$h_H^A(y) = \sin \frac{2\pi y}{a'}, \quad |y| < \frac{a'}{2}, \quad |x| < \frac{b}{2} \quad (3-57)$$

偶对称通道工作：如果  $A$  与  $B$  等幅同相输入，在主波导  $C$  中将激励起偶对称模，且只有  $H_{10}$  和  $H_{30}$  模为传输模，它们以一定的振幅和相速向波导口传播。在  $z$  为某一值的截面内，场的横向分量表达式为

$$h_H^B(y, z) = T_1 \cos \frac{\pi y}{a'} e^{j\beta_{10}z} + T_3 \cos \frac{3\pi y}{a'} e^{j\beta_{30}z} \quad (3-58)$$

式中系数  $T_1$  与  $T_3$  分别代表  $H_{10}$  与  $H_{30}$  模的振幅， $\beta_{10}$  与  $\beta_{30}$  分别表示  $H_{10}$  与  $H_{30}$  模的相移常数，它们是工作波长  $\lambda$  与主波导宽度  $a'$  的函数，即

$$\left. \begin{aligned} \beta_{10} &= \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a'}\right)^2} \\ \beta_{30} &= \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{1 - \left(\frac{3\lambda}{2a'}\right)^2} \end{aligned} \right\} \quad (3-59)$$

略去常数因子，在  $z = L$  的平面内得到口径场分布为

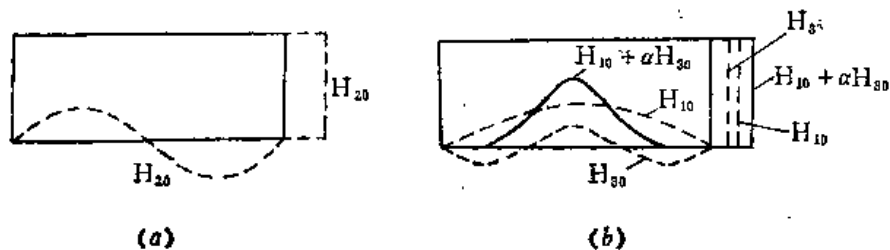


图 3-38  $H$  面波型器场分布

(a) 奇对称激励；(b) 偶对称激励

$$h_H^B(y) = \cos \frac{\pi y}{a'} + \frac{T_3}{T_1} \cos \frac{3\pi y}{a'} e^{j(\beta_{30} - \beta_{10})L} \quad (3-60)$$

选取适当长度  $L$  值，使在波导口径上得到我们所需的两模之间的相位关系。例如，若  $H_{10}$  与  $H_{30}$  模在  $z=0$  的不连续面上是反相的 ( $T_3/T_1 < 0$ )，则可选取长度  $L$ ，使其满足

$$(\beta_{30} - \beta_{10})L = \pi \quad (3-61)$$

此时在口径面上  $H_{10}$  与  $H_{30}$  模同相，口径场可写为

$$h_n^\Sigma(y) = \cos \frac{\pi y}{a'} + \alpha \cos \frac{3\pi y}{a'} \quad (3-62)$$

$$\alpha = \left| \frac{T_3}{T_1} \right|$$

式中  $\alpha$  为模比系数，表示波型器中的高次模与基模振幅之比。在一定的模比下，偶对称通道(和模通道)的馈源口径场分布呈钟形。如图3-38(b)所示。这是由于在口径的中部，两个模的场相加而增大，在口径边缘区域，二者相减而互相削弱或抵消的结果。

这样所得到的奇、偶对称激励，即为单脉冲天线差模与和模馈源口径激励所要求的有效口径宽度与激励形状。此外，若奇对称场只存在  $H_{20}$  一种模式，则可通过改变波导宽度比  $a/a'$  来控制模比，以达到所需偶对称场分布而不影响奇对称场分布。

(2)  $E$ 面波型器。其结构示于图3-39。设有两个宽边为  $a$  高度为  $h$  的平行波导  $A$  与  $B$ ，其宽边与水平面平行上下并排地与主波导  $C$  连接。后者的宽边  $a' = a$ ，而高度  $b' > 2h$ ，长度为  $L$ 。  $A$ 、 $B$  波导只允许传输基波  $H_{10}$  模，而主波导  $C$  可以传输奇对称模  $H_{11}$  与  $E_{11}$  模及偶对称模  $H_{10}$ 、 $H_{12}$  与  $E_{12}$  模，其它高次模均为衰减模。这可以由与式(3-56)相类似的波导尺寸条件来限定。与  $H$ 面波型器类似， $A$  与  $B$  波导可以由魔  $T$  接头来实现同相或反相激励。

奇对称通道工作：若  $A$  与  $B$  波导等幅反相输入，在主波导  $C$  中将激励起奇对称的  $H_{11}$  与  $E_{11}$  模，迭加后组合为  $EH_{11}$  模，其场结构如图3-40所示。由于这两种模有相同的截止频率与相速，所以其场结构图形在主波导中传输时不会改变。这样在波导  $C$  的末端即口径面上场分布为两个反相半正弦形，如图3-41(a)所示。场分布表达式为

$$h_n^A(x) = \sin \frac{\pi x}{b'}, \quad |x| < \frac{b'}{2}, \quad |y| < \frac{a}{2} \quad (3-63)$$

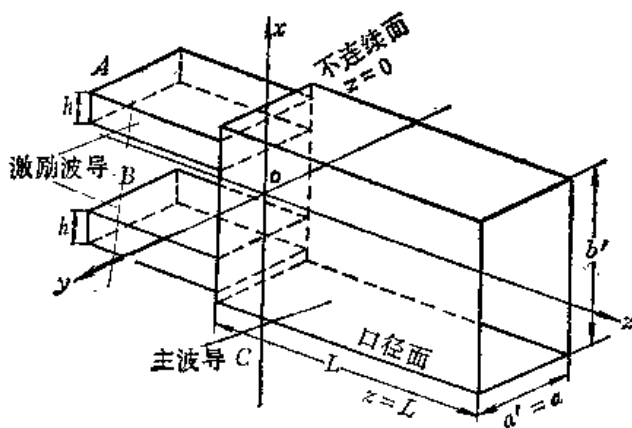


图 3-39  $E$ 面波型器

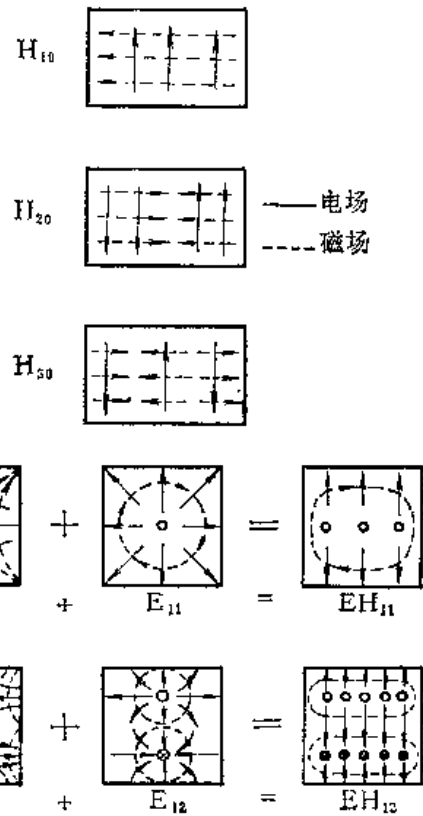


图 3-40 波型器中各模式场结构

偶对称通道工作：若A与B波导等幅同相输入，在主波导C中将激励起偶对称模。主波导中只允许 $H_{10}$ 、 $H_{12}$ 与 $E_{12}$ 模传播。 $H_{12}$ 与 $E_{12}$ 模有相同的截止频率与相速，迭如后组合为 $EH_{12}$ 模，其场结构如图3-40所示。在 $z$ 为某一值的平面内，沿 $x$ 方向的场的横向分量为

$$h_E^z(x, z) = T_1' e^{j\beta'_{10}z} + T_2' \cos \frac{2\pi x}{b'} e^{j\beta'_{12}z} \quad (3-64)$$

式中 $T_1'$ 与 $T_2'$ 分别表示 $H_{10}$ 与 $EH_{12}$ 模的振幅， $\beta'_{10}$ 与 $\beta'_{12}$ 分别为它们的相移常数。与 $H$ 面波型器类似，选取适当的主波导长度 $L$ ，以保证 $H_{10}$ 与 $EH_{12}$ 模在波导末端口径面上有所需要的相位关系。此时场的偶对称分布为钟形，如图3-41(b)所示。

略去常数因子，得到口径场分布为

$$h_E^z(x) = 1 + \frac{T_2'}{T_1'} \cos \frac{2\pi x}{b'} = 1 + \beta \cos \frac{2\pi x}{b'} \quad (3-65)$$

式中 $\beta$ 亦为模比系数，是 $E$ 面波型器中高次模与基模振幅之比。如同 $H$ 面波型器一样，此结构可同时达到单脉冲天线在 $E$ 面内所要求的和模与差模口径激励。由图3-41可以看出，对于和模，其有效口径尺寸及形状接近最佳，而差模的激励形状还不很理想。

(3) $H$ 、 $E$ 面混合波型器。上述两种波型器仅能在一个平面内控制馈源的口径激励，而不能在两个平面同时控制。为了实现分别控制 $H$ 面与 $E$ 面的激励宽度及形状，下面讨论混合波型器。当然，也可以在主波导的同一个截面上产生不连续，使之同时获得两个平面内所需要的模式。但是可惜其中传播的模太多了，要分别控制它们的振幅与相位是很困难的。为了解决这一问题，通常采用顺序控制的方法，即将 $E$ 面与 $H$ 面波型器连接起来组成混合波型器。在 $E$ 面与 $H$ 面波型器中，模的控制不是同时而是顺序进行的。

混合波型器如图3-42所示。设 $ox$ 为垂直轴且平行于 $H_{10}$ 模的电场极化方向， $oy$ 为水平轴且平行于上述模式的磁场方向，而 $oz$ 轴平行于这些模的传播方向。利用两个并排的 $E$ 面波型器 $ME_1$ 与 $ME_2$ 可以控制垂直面内的场强分布，它们之间由一个公共隔板 $D$ 分开。 $ME_1$ 与 $ME_2$ 波型器分别由 $A_1$ 、 $B_1$ 与 $A_2$ 、 $B_2$ 二组波导所激励。利用魔 $T$ 接头可以得到不同的奇、偶对称激励形式。其结果见表3-2(表中“+”、“-”号分别表示激励的同相与反相)：

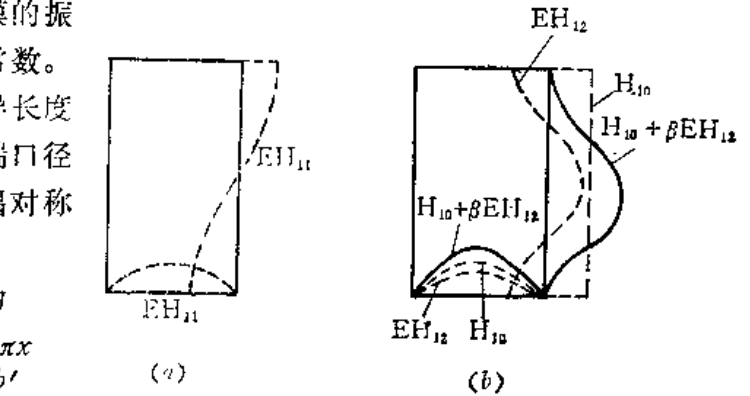


图 3-41  $E$ 面波型器场分布

(a) 奇对称激励； (b) 偶对称激励

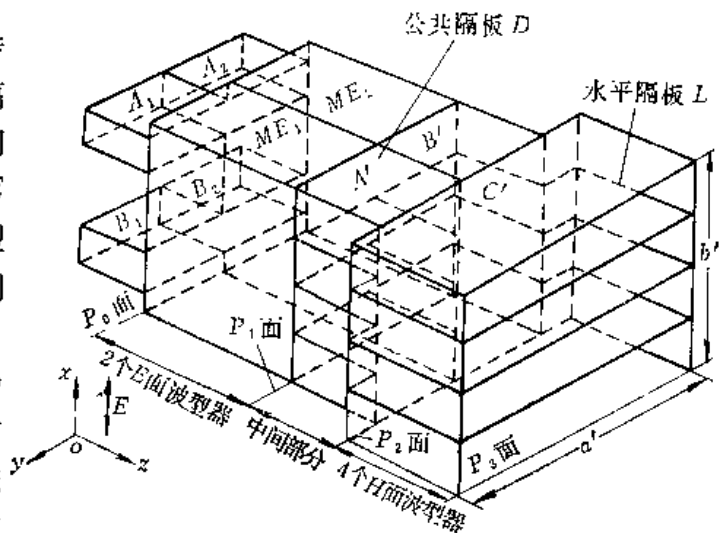


图 3-42  $E$ 、 $H$ 面混合波型器

表3-2

激励波导	$A_1$	$B_1$	$A_2$	$B_2$
和通道	+	+	+	+
$H$ 面(水平)差通道	+	+	-	-
$E$ 面(垂直)差通道	+	-	+	-

在 $E$ 面波型器末端,即 $P_1$ 面上,由波导尺寸控制使其场分布为 $h_E^z(x)$ 与 $h_E^d(x)$ [即式(3-65)与(3-63)]。随后,应该在不使垂直面场分布畸变的情况下,实现水平面的场分布。但是,如果不采取特别措施,则由不同模式相速差异,在 $P_1$ 平面以后的传播中会发生场分布的变形。为此,在 $P_1$ 平面以后将波导用迭放的水平平板分割开来。根据波导口径尺寸的大小,水平平板数目可不同,通常为三个以上。这样就可以使垂直平面内的场分层,以保证垂直面内的场分布直到波导辐射口径面均不改变。为了实现 $H$ 面(水平面)所需的场分布, $H$ 面波型器以下列方式引入:水平平行放置波导 $A'$ 与 $B'$ ,它们之间有一公共隔板 $D$ , $D$ 板延伸至 $P_2$ 平面为止。在 $A'$ , $B'$ 中还同时插入水平隔板 $L$ ,它们一直延伸至波导辐射口径面 $P_3$ ,将波导 $C'$ 分割为若干部分,由波导 $A'$ 、 $B'$ 与 $C'$ 的每一格组成一个 $H$ 面波型器,它可以在波导辐射口径面 $P_3$ 上实现水平面场分布 $h_H^z(y)$ 与 $h_H^d(y)$ [即式(3-62)与(3-57)]。 $H$ 面波型器在 $P_2$ 平面上由 $ME_1$ 与 $ME_2$ 的场所激励。混合波型器辐射口径上总的场分布为以上垂直分布与水平分布之积。由式(3-57)、(3-62)、(3-63)与式(3-65),我们得到多模馈源和模与差模口径场分布为

和模

$$h^z(x, y) = \left[ \cos\left(\frac{\pi y}{a'}\right) + \alpha \cos\left(\frac{3\pi y}{a'}\right) \right] \left[ 1 + \beta \cos\left(\frac{2\pi x}{b'}\right) \right] \quad (3-66)$$

$H$ 平面差模

$$h^{\Delta H}(x, y) = \left[ \sin\left(\frac{2\pi y}{a'}\right) \right] \left[ 1 + \beta \cos\left(\frac{2\pi x}{b'}\right) \right] \quad (3-67)$$

$E$ 平面差模

$$h^{\Delta E}(x, y) = \left[ \cos\left(\frac{\pi y}{a'}\right) + \alpha \cos\left(\frac{3\pi y}{a'}\right) \right] \left[ \sin\left(\frac{\pi x}{b'}\right) \right] \quad (3-68)$$

式中 $\alpha$ 与 $\beta$ 为高次模的模比。上面三式在下列区间以外场值为零:

$$|x| < \frac{b'}{2}, \quad |y| < \frac{a'}{2}$$

式(3-66)~(3-68)表述了多模馈源口径场分布函数。如果模比已知,则可计算出给定尺寸的馈源初级和模与差模波瓣,进而计算出次级特性。

2. 波型器中高次模的模比计算 关于波型器中所产生的高次模的模比计算,是波导中不连续性问题计算的一种特例。多模馈源波型器中的不连续性通常由一组平行波导与主波导的交接面产生。这种不连续面的前部与后部具有不同传输特性的两组波导。由于激励波导与主波导连接方式可以不同,因而计算的结果也不同。关于这方面的计算有许多不同的方法已见



于有关书籍及文献资料，在本书的第二章中应用场匹配法对多模喇叭的模系数作了详细的计算。这里就不作推导而直接引出单脉冲多模馈源波型器中模比的计算公式及有关曲线。

(1)  $H$  面波型器的模比计算。在实际应用中， $H$  面波型器可以有两侧激励（如我们前面介绍的）与中心激励[见图3-44(a)]两种情况。应用第二章中所采用的场匹配法及付里叶分析法，可以求出两种情况下的模比计算公式。

在两侧激励情况下，和模的模比为

$$\alpha_m = \frac{T_{2m+1,0}}{T_{10}} = \frac{\int_0^a \sin \frac{\pi y}{a} \cos \frac{(2m+1)\pi y}{a'} dy}{\int_0^a \sin \frac{\pi y}{a} \cos \frac{\pi y}{a'} dy}$$

当主波导中仅允许传输 $H_{10}$ 与 $H_{30}$ 模时，则有

$$\alpha_1 = \alpha = \frac{T_{30}}{T_{10}} = \frac{[1 + \cos(\frac{3\pi a}{a'})][(\frac{a}{a'})^2 - 1]}{[1 + \cos(\frac{\pi a}{a'})][(\frac{3a}{a'})^2 - 1]} \quad (3-69)$$

式(3-69)表明，模比 $\alpha$ 是激励波导与主波导宽边之比 $a/a'$ 的函数。在图3-43(a)、(b)中分别示出了两侧激励的 $H$ 面波型器的结构尺寸与式(3-69)的图解曲线。可以看出，由改变激励波

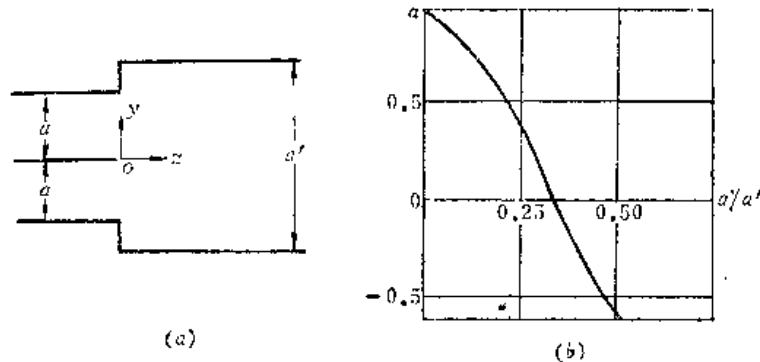


图 3-43 两侧激励的 $H$ 面的波型器的模比

导与主波导宽边尺寸比 $a/a'$ ，可以控制模比 $\alpha$ 。

在中心激励情况下，和模的模比为

$$\alpha_m = \frac{T_{2m+1,0}}{T_{10}} = \frac{\int_0^{a/2} \cos \frac{\pi y}{a} \cos \frac{(2m+1)\pi y}{a'} dy}{\int_0^{a/2} \cos \frac{\pi y}{a} \cos \frac{\pi y}{a'} dy}$$

当主波导中仅允许 $H_{10}$ 模与 $H_{30}$ 模传输时，则有

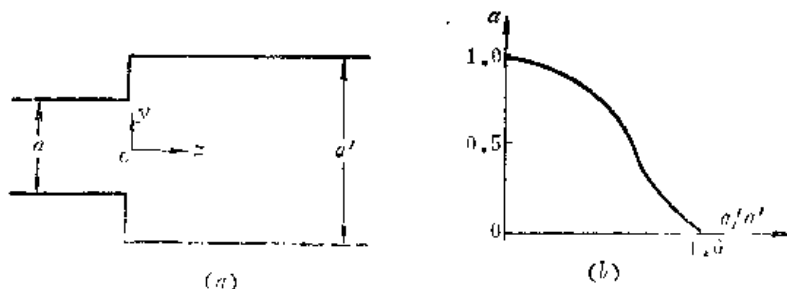


图 3-44 中心激励的 $H$ 面波型器的模比

$$\alpha_1 = \alpha = \frac{T_{30}}{T_{10}} = -\frac{\cos\left(\frac{3\pi a}{2a'}\right)\left[\left(\frac{a}{a'}\right)^2 - 1\right]}{\cos\left(\frac{\pi a}{2a'}\right)\left[\left(\frac{3a}{a'}\right)^2 - 1\right]} \quad (3-70)$$

将式(3-70)画成曲线,如图3-44(b)所示。

(2)  $E$ 面波型器模比计算。同样也分为中心激励与两侧激励两种方式。

中心激励[如图3-45(a)]时,用同样方法可得模比

$$\beta_n = \frac{2b'}{\pi b} \sin \frac{n\pi b}{b'}$$

当主波导中仅允许传输 $H_{10}$ 与 $EH_{12}$ 模时,则有

$$\beta_1 = \beta = \frac{2b'}{\pi b} \sin \frac{\pi b}{b'} \quad (3-71)$$

将式(3-71)画成曲线,如图3-45(b)所示。

两侧激励(如图3-46所示)时,用同样的方法可得 $E$ 面波型器的模比

$$\beta = \frac{b'}{\pi b} \sin \frac{2\pi b}{b'} \quad (3-72)$$

式(3-72)的图形与图3-45(b)的形式类似。

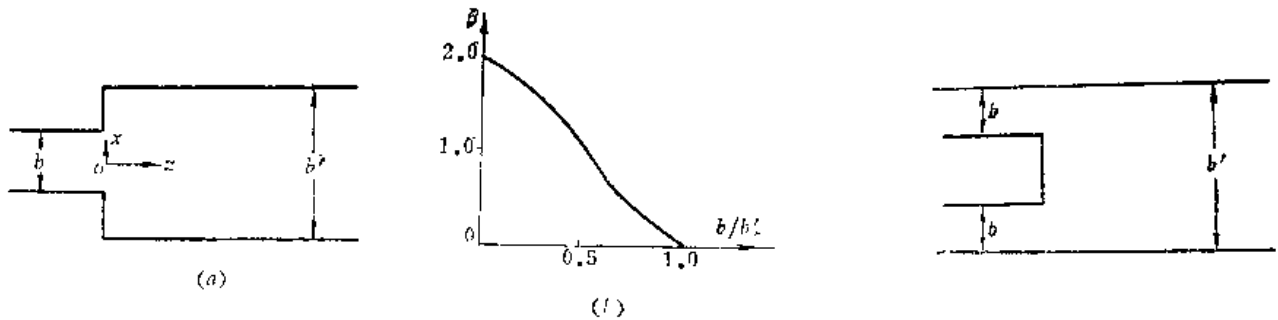


图 3-45 中心激励的 $E$ 面波型器的模比

图 3-46 两侧激励的 $E$ 面波型器

以上讨论的波型器是利用截面突变形式来激励所需的高次模的。还可以用其它形式的不连续性(例如波导或喇叭张角变化等)产生高次模而形成其它形式的波型器。这里的 $H$ 面波型器中加入了水平隔板 $L$ ,因隔板垂直于 $H_{10}$ 波的电场方向,所以不会影响 $H_{10}$ 波的正常传播;但对 $H_{11}$ 、 $E_{11}$ 、 $H_{12}$ 和 $E_{12}$ 等是有影响的,因它们有水平电场分量。必须附加某些元件,使之只对高次模起作用而对 $H_{10}$ 模不产生影响。例如在水平隔板前面加上一定数量大小合适的与隔板平行的金属条,可达此目的。此外还须采取一些措施以消除 $H$ 面波型器间辐射耦合的影响。

3. 馈源的初级波瓣 在馈源口径面,假定其场分布与波型器横截面上传输场分布相同,即忽略了口径面反射与衰减模的影响,以及口径面边缘电流的影响。在与本章第二节中计算初级波瓣时同样的坐标系(图3-5)下,馈源初级波瓣函数为

$$f(\phi, \xi) = \frac{1 + \cos \phi}{2} \int_{-\frac{a'}{2}}^{\frac{a'}{2}} \int_{-\frac{b'}{2}}^{\frac{b'}{2}} h(x, y) e^{-j\frac{\pi}{\lambda}(x \cos \phi + y \sin \phi)} dx dy \quad (3-73)$$

式中 $h(x, y)$ 为多模馈源口径场分布函数; $a'$ 、 $b'$ 为馈源口径尺寸。将式(3-66)~(3-68)代入

式(3-73)中, 即可计算出馈源初级波瓣函数:  
和模:

$$\begin{aligned}
 f^{\Sigma}(\phi, \xi) = & 1 + \frac{\cos\phi}{2} \cdot \frac{2a'}{\pi} \left[ \frac{\cos\left(\frac{\pi a'}{\lambda} \sin\phi \sin\xi\right)}{1 - \left(\frac{2a'}{\lambda} \sin\phi \sin\xi\right)^2} \right. \\
 & - \frac{\alpha}{3} \frac{\cos\left(\frac{\pi a'}{\lambda} \sin\phi \sin\xi\right)}{1 - \left(\frac{2a'}{3\lambda} \sin\phi \sin\xi\right)^2} \cdot \frac{b'}{\pi b'} \frac{\sin\left(\frac{\pi b'}{\lambda} \sin\phi \cos\xi\right)}{\sin\phi \cos\xi} \\
 & \left. + \beta \frac{1}{\pi^2} \frac{\left(\frac{\pi b'}{\lambda} \sin\phi \cos\xi\right) \sin\left(\frac{\pi b'}{\lambda} \sin\phi \cos\xi\right)}{1 - \left(\frac{b'}{\lambda} \sin\phi \cos\xi\right)^2} \right] \quad (3-74)
 \end{aligned}$$

II面差模:

$$\begin{aligned}
 f^{\Delta II}(\phi, \xi) = & 1 + \frac{\cos\phi}{2} \left( -j \frac{a'}{\pi} \right) \frac{\sin\left(\frac{\pi a'}{\lambda} \sin\phi \sin\xi\right)}{1 - \left(\frac{a'}{\lambda} \sin\phi \sin\xi\right)^2} \\
 & \times b' \frac{\sin\left(\frac{\pi b'}{\lambda} \sin\phi \cos\xi\right)}{\pi b' \sin\phi \cos\xi} \\
 & + \beta \frac{1}{\pi^2} \frac{\left(\frac{\pi b'}{\lambda} \sin\phi \cos\xi\right) \sin\left(\frac{\pi b'}{\lambda} \sin\phi \cos\xi\right)}{1 - \left(\frac{b'}{\lambda} \sin\phi \cos\xi\right)^2} \quad (3-75)
 \end{aligned}$$

E面差模:

$$\begin{aligned}
 f^{\Delta E}(\phi, \xi) = & 1 + \frac{\cos\phi}{2} \cdot \frac{2a'}{\pi} \left[ \frac{\cos\left(\frac{\pi a'}{\lambda} \sin\phi \sin\xi\right)}{1 - \left(\frac{2a'}{\lambda} \sin\phi \sin\xi\right)^2} \right. \\
 & - \frac{\alpha}{3} \frac{\cos\left(\frac{\pi a'}{\lambda} \sin\phi \sin\xi\right)}{1 - \left(\frac{2a'}{3\lambda} \sin\phi \sin\xi\right)^2} \left. \right] \\
 & \times \left( j \frac{2b'}{\pi} \right) \frac{\left(\frac{2b'}{\lambda} \sin\phi \cos\xi\right) \cos\left(\frac{\pi b'}{\lambda} \sin\phi \cos\xi\right)}{1 - \left(\frac{2b'}{\lambda} \sin\phi \cos\xi\right)^2} \quad (3-76)
 \end{aligned}$$

图3-47示出了由式(3-74)计算的多模馈源的E面与H面初级和波瓣图形。图中初级波瓣为付里叶变换(a)与惠更斯元因子(b)之总结果。为比较起见,用虚线示出了古典四喇叭馈源的初级波瓣。可以看出,由于采用了多模激励,馈源初级波瓣有了很大改善。例如,适当选取模比 $\alpha$ 与 $\beta$ 可以使E面与H面的初级波瓣宽度接近相同,这是照射圆形次级口径所要求的,此

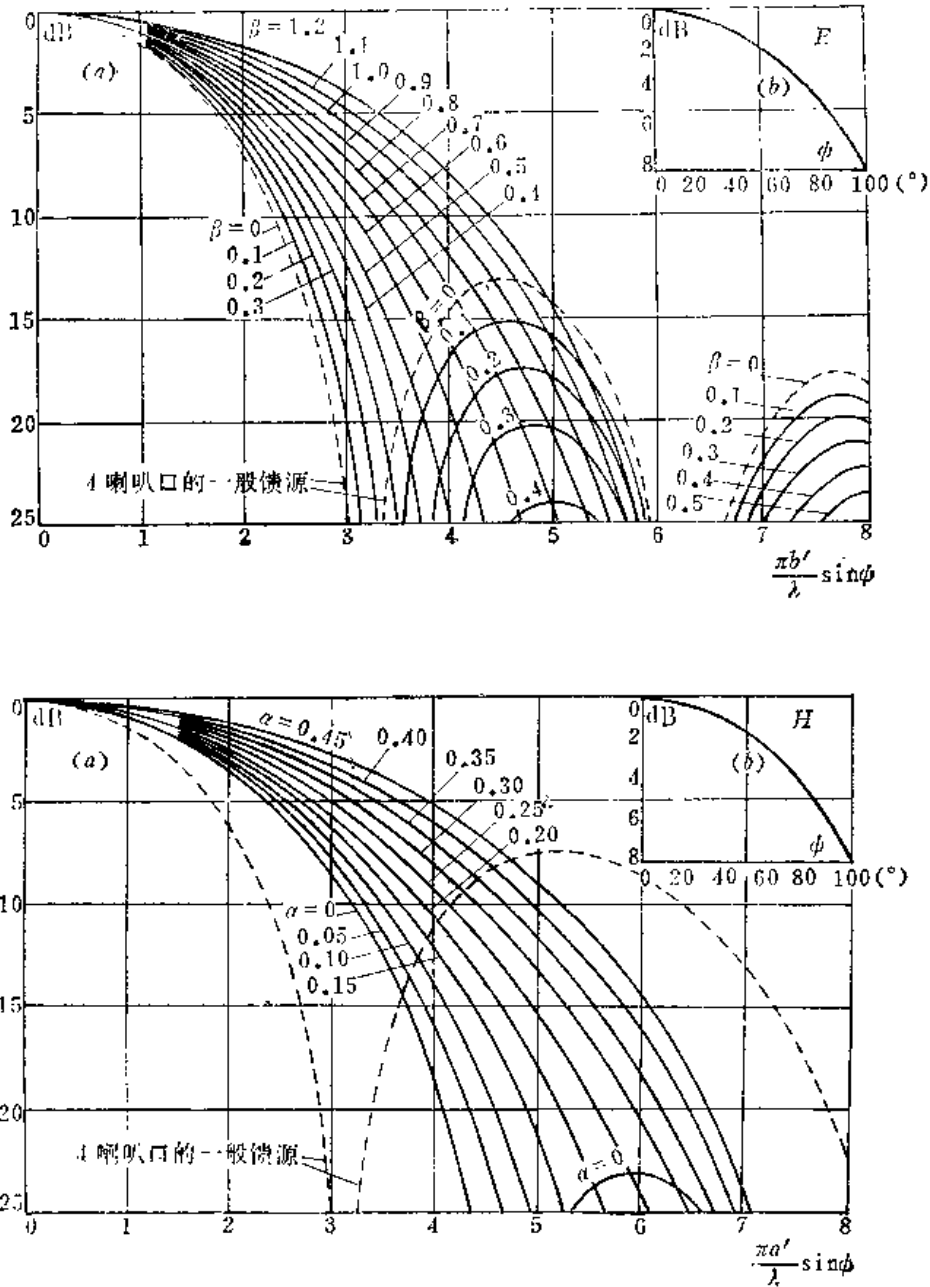


图 3-47 多模馈源的初级波瓣

外,与四喇叭馈源相比,初级波瓣的副瓣电平大大下降,E面尤为明显。图3-48为一工作于X波段的不同频率时的多模馈源的和波瓣图。其中图(a)为理论计算值,工作频率为 $f = 9050\text{MHz}$ ,图(b)为实测值,标号1、2、3对应于E面,而4、5、6对应于H面的结果,相应的工作频率为

$$f = 8750\text{MHz} \quad (1\text{与}4)$$

$$f = 9050 \text{ MHz} \quad (2 \text{与} 5)$$

$$f = 9340 \text{ MHz} \quad (3 \text{与} 6)$$

由图3-48可以看出，当频率变化时，方向图相当稳定。

4. 次级方向特性 前面已经计算出了多模馈源的空间方向图，用类似于 § 3.2 节的方法，可以计算出多模馈源单脉冲天线的次级波瓣及有关特性参数。这里不进行推算，仅直接给出采用所谓天线信号理论方法所得到的计算结果，见图 3-49。利用这一理论可以由馈源口径场分布直接得出次级增益函数，而不必计算馈源初级波瓣与次级口径场分布函数。这种计算方法的假定条件是天线聚焦系统没有慧形相差，只要其等效焦距比  $F_e/D$  大于 1，上述条件可以近似满足。此外，计算中未计入口径遮挡影响。为了计算方便，取  $b' = 0.82a'$ ， $\beta = 0.26 + 2\alpha$ ，并令

$$A = \frac{\pi D a'}{\lambda F_e}, \quad B = \frac{\pi D b'}{\lambda F_e}$$

而  $D$  为聚焦元件(例如抛物面)的直径， $F_e$  为聚焦系统的等效焦距， $\lambda$  为工作波长。图 3-49 中示出了次级性能参数诸如和差增益因子，副瓣电平以及相对差斜率与尺寸参数  $A$ 、 $B$  以及模比  $\alpha$ 、 $\beta$  的关系曲线。实际上，由馈源初级波

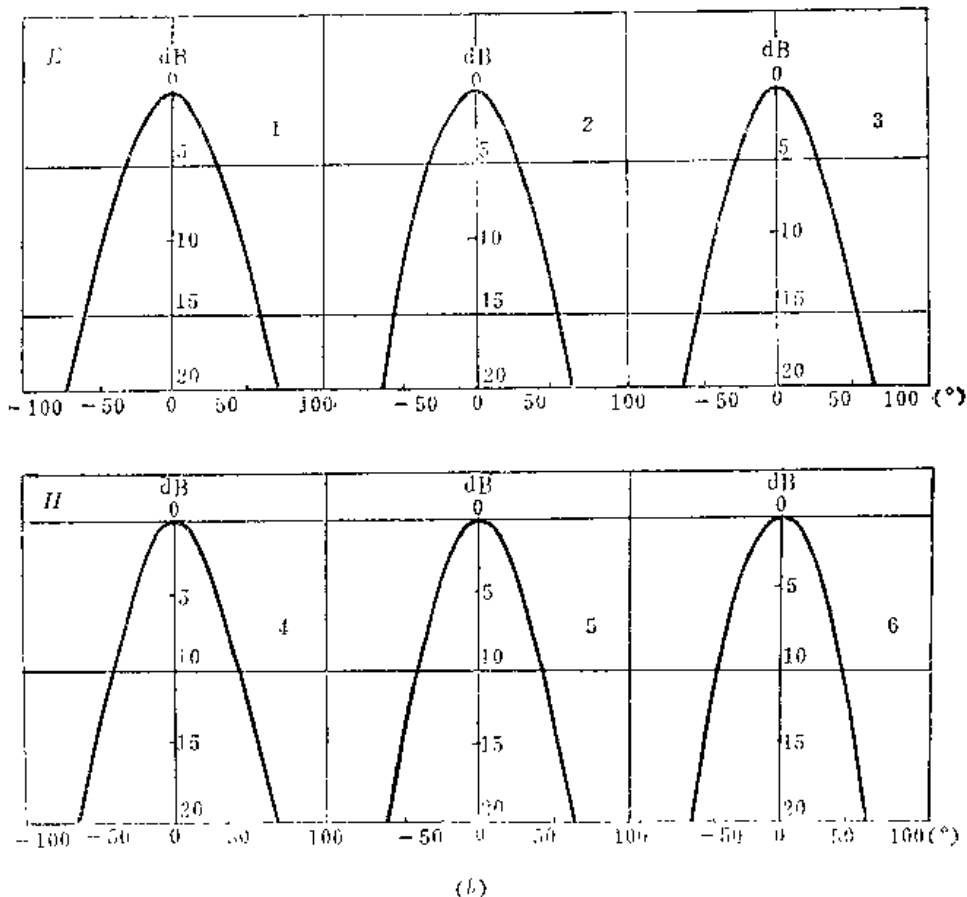
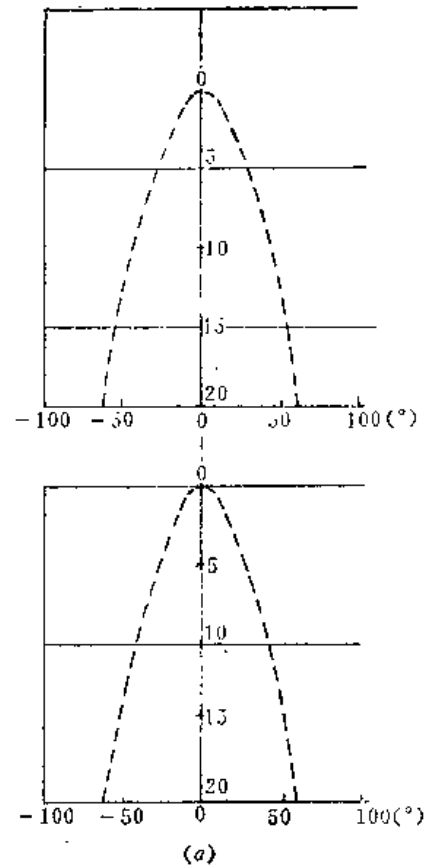
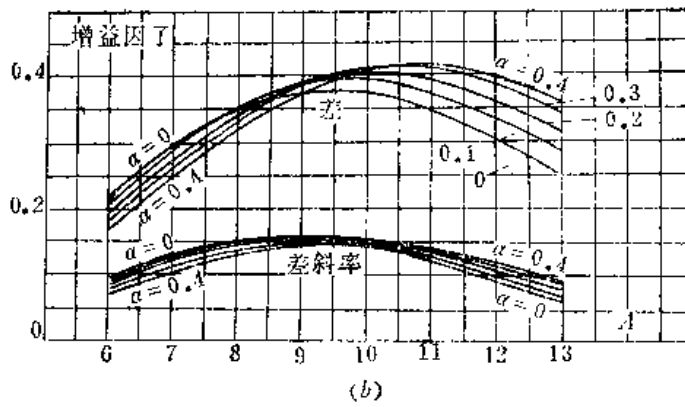
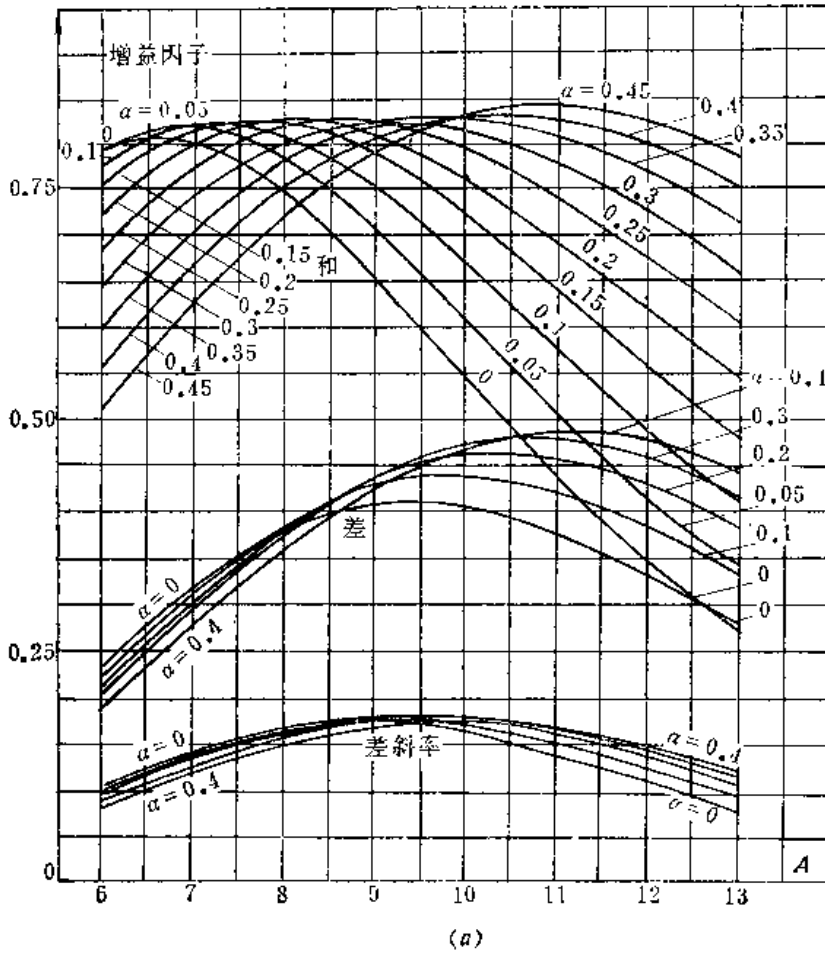


图 3-48 X 波段多模馈源方向图  
(a) 理论方向图； (b) 实验方向图

瓣可以看到，当馈源口径尺寸与模比为上述关系时， $H$  与  $E$  面的初级(及次级)波瓣将是接近相同的。引入上述关系后， $H$  面与  $E$  面波瓣参数将仅为  $A$  与  $\alpha$  的函数。



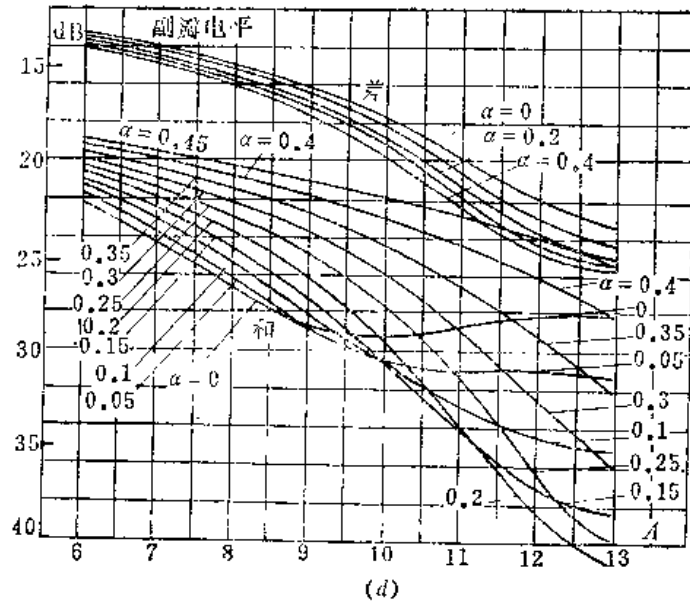
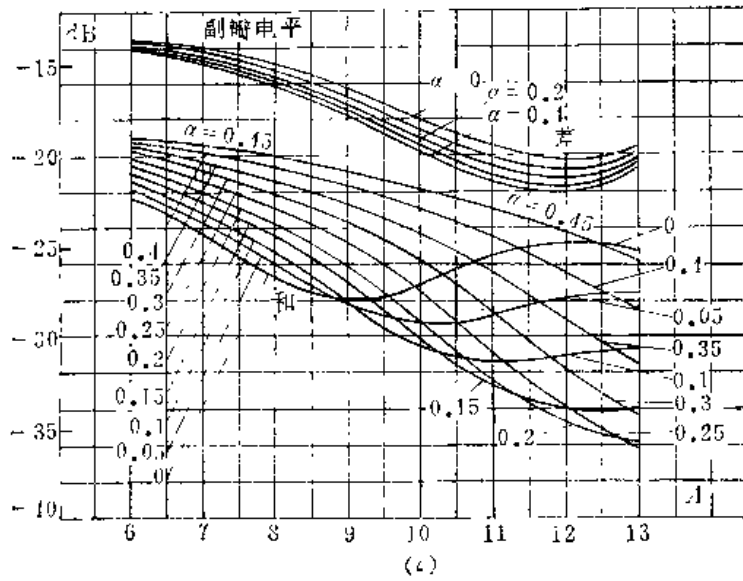


图 3-49 多模馈源次级特性参数  
 (a)  $H$ 面增益因子；(b)  $E$ 面增益因子；  
 (c)  $H$ 面副瓣电平；(d)  $E$ 面副瓣电平

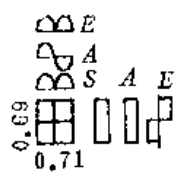

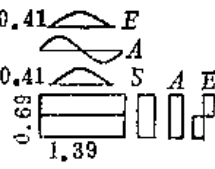
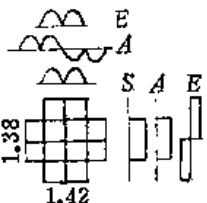
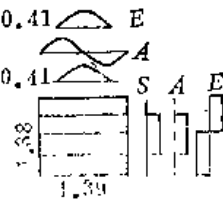
由图3-49可以看出,和增益因子最大值可达0.8以上, $H$ 与 $E$ 平面差增益因子最大值均超过0.4, $H$ 与 $E$ 平面的相对差斜率最大值分别为0.18与0.16,而理论最大可能值为0.25,即此时的差斜率比分别达0.72与0.64;至于第一副瓣电平,选取适当的 $\alpha$ 与 $A$ 值,亦可使它在 $H$ 与 $E$ 平面和差模工作状态时均较低。例如选取 $\alpha = 0.4$ , $A = 11$ 时,上述各项性能指标均可达到接近最佳值,即和增益因子超过0.80,差模增益比和模峰值低3dB以内;差斜率与最大值相近;和差模第一副瓣电平均在-20dB以下。可见和差矛盾解决的相当好。

没有水平隔板的所谓单口多模馈源形式,其分析计算方法与上述类似。多模馈源由于各模相速不同等因素,其工作频带受到限制。

### 三、其它形式的馈源

本节开始部分已提到，为了实现对和差模馈源激励的独立控制，常采用多喇叭法，多模法和多喇叭多模法。我们前面分别介绍了多模馈源及多喇叭法中的一个简单特例即五喇叭馈源。下面再扼要介绍并比较一下另外几种实用馈源的主要性能。

多喇叭法的另一个典型实例是十二喇叭馈源，其性能见表3-3。十二喇叭馈源由于采用中

最大和增益时馈源尺寸 ( $aA/2\lambda F$ 或 $bB/2\lambda F$ ) 与激励形状	和		方位差		俯仰差	
	增益比	漏失比	斜率比	漏失比	斜率比	漏失比
 <p>四喇叭</p>	0.58	0.31	0.52	0.72	0.48	0.76
 <p>二喇叭双模</p>	0.75	0.16	0.68	0.50	0.55	0.69
 <p>二喇叭三模</p>	0.75	0.17	0.81	0.20	0.55	0.69
 <p>十二喇叭</p>	0.58	0.34	0.71	0.37	0.67	0.38
 <p>四喇叭三模</p>	0.75	0.17	0.81	0.20	0.75	0.22



间四喇叭作和口径，方位差与俯仰差各用相应的八个喇叭口径。这样较好地解决了和差模有效激励口径的要求，三个模的性能均较好。但是，这种馈源的比较器网络系统很复杂，加之 $H$ 面激励形状不佳，因而限制了十二喇叭馈源的应用。

所谓多喇叭多模馈源，就是一个平面内用多喇叭法而另一个平面内用多模法实现对和差模口径激励的独立控制的单脉冲馈源。为了比较，把几种实用多喇叭多模馈源性能连同四喇叭馈源的性能一起也列于表3-3中。为了简单起见，各种馈源尺寸及模比选取均使其能获得最大和模增益，而不是对各个性能指标折衷考虑后的最佳尺寸，这样表列的增益与漏失将比典型情况稍大一些；表中数值是矩形主口径情况下的二维结果；其中方位与俯仰平面分别相当于 $H$ 与 $E$ 平面。

二喇叭双模馈源，可看作是四喇叭的 $E$ 平面内去掉隔板后的结果。每一喇叭能传输两种波型，即 $H_{10}$ 与 $H_{20}$ 模。由于和模激励在 $H$ 平面内为余弦形，其形状优于双余弦，它的性能较四喇叭馈源有所改善。它的主要优点在于结构简单，适宜于焦距相当短的场所。

二喇叭三模馈源，它的每一喇叭中能传输 $H_{10}$ ， $H_{20}$ 与 $H_{30}$ 三种波型。通常其 $H$ 面口径尺寸的选取是使差斜率最大，而偶对称激励的模比选取则是使和增益最大。因此和模与 $H$ 面差模性能均较好，但 $E$ 面差模性能仍很差。它主要用于要求短焦距的场所。

四喇叭三模馈源，它的两个平面得到独立控制。显然，这种馈源所有三个模的性能均比表中其它馈源为好，而且与理想馈源所能获得的性能很接近。当然， $E$ 平面激励形状还不够理想。其结构比十二喇叭的比较器系统简单，比多模法又要复杂，但没有多模法因需要控制数目较多的模式而带来的困难。从古典四喇叭馈源变化为四喇叭三模馈源，和增益增大1.1dB，差斜率增加3.9dB，而和模漏失与差模漏失分别减小到原有值的1/2与1/4。其它差模性能，如增益与副瓣电平等，均有很大改善。

此外，为了解决和差矛盾，改善馈源方向图质量以及提高天线系统效率，有时需要采用另一些馈源形式。例如多模圆锥喇叭与波纹圆锥喇叭可以获得振幅与相位特性对称的初级波瓣，且波纹喇叭的工作频带较宽，但其结构复杂，加工制造比较困难。在馈源与反射器或副反射器之间引入介质导，可以提高天线效率及缓和和差矛盾，但微波大功率低损耗介质材料的制取比较困难。

### § 3.5 单脉冲天线测角精度分析

单脉冲精密跟踪天线要求具有极高的角精度，通常在0.1密位以下。而影响测角精度的因素很多，这里仅就与天线及传输线系统有关的一些主要因素进行简要分析与计算。

#### 一、馈源及传输线系统不完善的影响

馈源的制造，同任何机械加工一样，总有一定的公差。这样就不可能达到每个支路的振幅和相位完全平衡。因而将使单脉冲天线差方向图的零点离开天线轴向（即所谓零点偏移），同时使零值消失而变为—极小值（即所谓零值深度）。而比较器后的传输线系统中的相位不平衡，还将与比较器前的相位不平衡相结合而产生影响。本节的叙述中，把照射器喷口与比较器一起统称为馈源。

1. 馈源不完善的影响 为方便起见, 采用次级波束加减法, 并设次级方向图为高斯型波瓣函数来进行分析计算。实践表明, 在主瓣范围内  $-10\text{dB}$  以上, 很多天线波瓣图形与高斯分布很接近。而这里所讨论的内容也恰好在此区域之内。在图 3-50 中示出了一个平面(例如俯仰平面)内的单脉冲天线以及馈源单元“1”与“2”各自产生的偏轴次级波瓣。

当任一单元处于正焦位置(即馈源相位中心与抛物面焦点重合)时, 所产生的次级波瓣函数形式为

$$E(\theta) = E_0 e^{-\frac{(p\theta)^2}{2}}$$

式中  $E_0$  为次级瓣峰值场强。由半功率波瓣宽度的定义可得

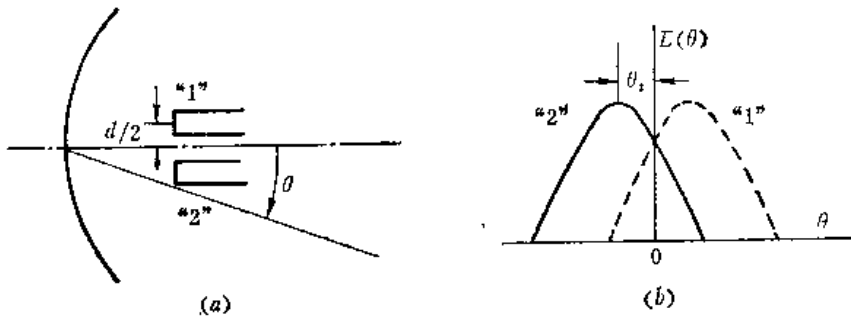


图 3-50 一个平面内的单脉冲天线及其波瓣

$$p^2 = 0.6932 \times \left( \frac{2}{2\theta_{0.5}} \right)^2 \quad (3-77)$$

式中  $2\theta_{0.5}$  为天线半功率波瓣宽度。

对于通常的比幅单脉冲天线, 两馈源单元对称地安装在抛物面轴线两侧。于是, 两馈源单元所产生的偏轴波瓣函数分别为

$$\left. \begin{aligned} E_1(\theta) &= E_0 e^{-\frac{p^2(\theta - \theta_i)^2}{2}} \\ E_2(\theta) &= E_0 e^{-\frac{p^2(\theta + \theta_i)^2}{2}} \end{aligned} \right\} \quad (3-78)$$

式中  $\theta_i$  为两单元波瓣的分离角之半, 如图 3-50(b) 所示。

由于馈源的制造不能达到两单元支路完全对称, 设两支路的振幅不平衡系数为  $\alpha$ , 相位不平衡为  $\Delta\tau$ 。如以单元 1 的振幅和相位为基准, 则次级差波瓣函数为

$$E^d(\theta) = E_1(\theta) - E_2(\theta) = E_0 e^{-\frac{p^2(\theta - \theta_i)^2}{2}} - \alpha E_0 e^{-\frac{p^2(\theta + \theta_i)^2}{2}} + i\Delta\tau \quad (3-79)$$

为了使计算简化, 下面对振幅不平衡与相位不平衡所产生的影响将分别进行讨论。

(1) 比较器前两支路振幅不平衡, 但无相位差( $\alpha \neq 1, \Delta\tau = 0$ )。图 3-51 表示当两支路振幅不平衡时, 差方向图的零点将产生偏移。此时次级差波瓣函数为

$$E^d(\theta) = E_0 e^{-\frac{p^2(\theta - \theta_i)^2}{2}} - \alpha e^{-\frac{p^2(\theta + \theta_i)^2}{2}} \quad (3-80)$$

在零值方向  $\Delta\theta$  上,  $E^d(\Delta\theta) = 0$ , 则有

$$e^{-\frac{p^2(\Delta\theta - \theta_i)^2}{2}} = \alpha e^{-\frac{p^2(\Delta\theta + \theta_i)^2}{2}} \quad (3-81)$$

两边取自然对数

$$-\frac{p^2(\Delta\theta - \theta_i)^2}{2} = \ln\alpha + \left[ -\frac{p^2(\Delta\theta + \theta_i)^2}{2} \right] \quad (3-82)$$

于是得到由于馈源两支路振幅不平衡而引起的次级差波瓣零点偏移  $\Delta\theta_1$  为

$$\Delta\theta_1 = \Delta\theta = \frac{\ln\alpha}{2p^2\theta_i} \quad (3-83)$$

由式 (3-83) 可见, 波瓣分离角  $\theta_i$  愈大, 或者单元次级波瓣宽度愈窄 (相当于  $p^2$  大), 同一量值的振幅不平衡系数  $\alpha$  对零点偏移的影响愈小。但是  $\theta_i$ 、 $p^2$  的大小受到天线指标要求的制约, 它们变化不大。故影响零点偏移的主要是  $\alpha$  的数值, 振幅不平衡愈严重, 零点偏移就愈大。

(2) 比较器前两支相位不平衡 ( $\alpha = 1$ ,  $\Delta\tau \neq 0$ )。在图 3-52 中以复数矢量迭加形式表示了

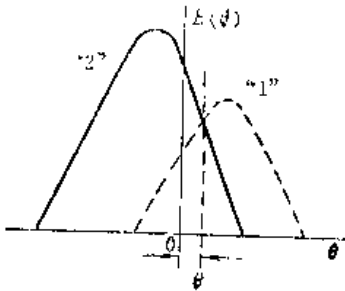


图 3-51 馈源两支路振幅不平衡对零点偏移的影响

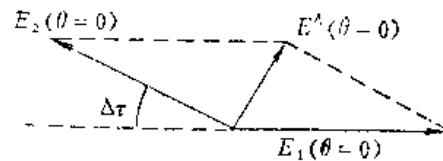


图 3-52 馈源两支路相位不平衡使差波瓣“零值”抬高

当馈源两支路相位不平衡时, 在天线轴向 ( $\theta = 0$ ) 差波瓣  $E^d(\theta = 0)$  将不再为零。其“零值” (即最小值) 将随相位差  $\Delta\tau$  的增大而增大。此时次级差波瓣函数为

$$E^d(\theta) = E_0 \left[ e^{-\frac{p^2(\theta - \theta_i)^2}{2}} - e^{-\frac{p^2(\theta + \theta_i)^2}{2}} + j\Delta\tau \right] \quad (3-84)$$

在天线轴向的场值为

$$|E^d(\theta = 0)| = 2E_0 \sin \frac{\Delta\tau}{2} e^{-\frac{p^2\theta_i^2}{2}} \quad (3-85)$$

为了计算差波瓣的零值深度, 还必须知道差波瓣的峰值大小。通常, 差波瓣的最大值不一定出现在单元波瓣的峰值处, 即不一定有  $\theta_{max} = \theta_i$ , 而应该由  $E^d(\theta)$  求出它的最大值。但是由于我们并不需要得到  $\theta_{max}$  的准确方向, 而仅需求出  $E^d(\theta = \theta_{max})$  的量值。由对次级波瓣的分析得知, 可以令  $\theta_{max} \approx \theta_i$ , 这样做对  $E^d(\theta = \theta_{max})$  值的计算影响很小。故有

$$|E^d(\theta = \theta_{max})| \approx E_0(1 - e^{-2p^2\theta_i^2}) \quad (3-86)$$

于是, 根据定义: 零值深度为差波瓣在“零值”方向的场强数值与其峰值场强之比, 得到由于两支路相位不平衡所引起的零值深度为

$$20 \log \frac{|E^d(\theta=0)|}{|E^d(\theta=\theta_{max})|} = 20 \log \left[ \frac{2 \sin \frac{\Delta\tau}{2} e^{-\frac{p^2 \theta_i^2}{2}}}{1 - e^{-2p^2 \theta_i^2}} \right] \quad (3-87)$$

如前所述，式中  $p^2$ ， $\theta_i$  对具体天线有确定的数值，故两支路的相位不平衡  $\Delta\tau$  是使次级差波瓣零值抬高的主要因素。

以上分析系对一个平面（如俯仰平面）的，至于对另一个平面（如方位平面）的分析也与此类似。后面的讨论也均如此。

2. 馈源不完善程度  $\alpha$  与  $\Delta\tau$  值的确定 由式(3-83)与(3-87)可知，对于特定天线而言，参数  $p^2$ ， $\theta_i$  是已知的，当给定  $\alpha$  与  $\Delta\tau$  数值后，则可计算出它们对次级差波瓣零点偏移及零值深度的影响。但是如何能知道  $\alpha$  与  $\Delta\tau$  的数值呢？对于这种把馈源支路与比较器合在一起制作出来的部件，要确定其中两支路之间微小的振幅差异  $\alpha$  与相位差异  $\Delta\tau$ ，无论是在理论计算或者实际测量方面都难以办到。而通常所说的  $|\alpha-1| \leq 0.02$ ， $\Delta\tau \leq 3^\circ$  的要求，也只能是由式(3-83)与式(3-87)等有关公式反推算出来的。在实际的高精度单脉冲天线中，影响零点偏移和零值深度的因素很多，且其中一些因素与馈源不平衡的影响可以是同一数量级，甚至还可以高出一个数量级。这样由次级波瓣零点偏移(或零值深度)的大小所反推出来的  $\alpha$  和  $\Delta\tau$  值是不正确的，因为零点偏移(或零值度)不是仅受到馈源一种因素的影响。这样就有必要把馈源影响单独分离出来，以便能对系统中各部件提出合理的精度要求。为此可以由分析馈源本身的单脉冲天线性能来确定其不完善程度  $\alpha$  及  $\Delta\tau$ ，单独测量馈源本身的初级差波瓣可达此目的。因为  $\alpha$  与  $\Delta\tau$  的影响一定会在初级差波瓣性能质量中显现出来，从而建立了检测馈源质量( $\alpha$  与  $\Delta\tau$ ) 的方法。有兴趣的读者可参阅资料[8]。

3. 比较器后相移的影响 在比较器之后的传输线中，和差两通道之间往往也存在着相对相移，它可以与比较器前两支路间的相位不平衡  $\Delta\tau$  组合面影响零点偏移。下面，在次级差波瓣的计算中，仍采用高斯型波瓣函数形式。为简化计算，未计及  $\alpha$  的影响，即在比较器前的两支路中，设  $\Delta\tau \approx 0$ ，而  $\alpha = 1$ 。由式(3-79)，此时差波瓣函数将表示为如下形式：

$$E^d(\theta) = E_0 \left\{ e^{-\frac{p^2(\theta-\theta_i)^2}{2}} - e^{-\frac{p^2(\theta+\theta_i)^2}{2}} \right\} \cos \Delta\tau + \left\{ e^{-\frac{p^2(\theta+\theta_i)^2}{2}} \sin \Delta\tau \right\}^{\frac{1}{2}} \cdot e^{j\Phi_d} \quad (3-88)$$

式中

$$\Phi_d = \arctg \left[ \frac{-e^{-\frac{p^2(\theta+\theta_i)^2}{2}} \sin \Delta\tau}{e^{-\frac{p^2(\theta-\theta_i)^2}{2}} - e^{-\frac{p^2(\theta+\theta_i)^2}{2}} \cos \Delta\tau} \right] \quad (3-89)$$

而次级和波瓣为

$$E_z(\theta) = E_0 \left\{ e^{-\frac{p^2(\theta-\theta_i)^2}{2}} + e^{-\frac{p^2(\theta+\theta_i)^2}{2}} \right\} \cos \Delta\tau$$

$$+ e^{-\frac{p^2(\theta+\theta_i)^2}{2}} \sin \Delta\tau \cdot e^{j\varphi_2} \quad (3-90)$$

$$\phi_z = \arctg \frac{e^{-\frac{p^2(\theta-\theta_i)^2}{2}} \frac{\sin \Delta\tau}{p^2(\theta+\theta_i)^2} - e^{-\frac{p^2(\theta+\theta_i)^2}{2}} \frac{\sin \Delta\tau}{p^2(\theta-\theta_i)^2}}{e^{-\frac{p^2(\theta-\theta_i)^2}{2}} + e^{-\frac{p^2(\theta+\theta_i)^2}{2}} \cos \Delta\tau} \quad (3-91)$$

由于相位检波器输出的直流电压  $e_0 = E_0^2 \cdot L'$ ，如果比较器后的和通道比差通道相位滞后  $\Phi$ ，则

$$e_0 = E_0^2 \left[ e^{-\frac{p^2(\theta-\theta_i)^2}{2}} - e^{-\frac{p^2(\theta+\theta_i)^2}{2}} \cos^2 \Delta\tau + 2 e^{-\frac{p^2(\theta+\theta_i)^2}{2}} \sin^2 \Delta\tau \cdot e^{-\frac{p^2(\theta-\theta_i)^2}{2}} + e^{-\frac{p^2(\theta+\theta_i)^2}{2}} \cos^2 \Delta\tau + e^{-\frac{p^2(\theta-\theta_i)^2}{2}} \sin^2 \Delta\tau \right]^{\frac{1}{2}} \times \cos(\Phi + \Phi_A - \Phi_z) \quad (3-92)$$

当比较器前后均存在相移，即  $\Delta\tau \neq 0$ ， $\Phi \neq 0$  时，为使  $e_0 = 0$ ，必须相对于天线轴向偏移一个角度。在  $e_0 = 0$  的方向上，有

$$\cos(\Phi + \Phi_A - \Phi_z) = 0$$

$$\Phi + \Phi_A - \Phi_z = \pm \frac{\pi}{2}$$

经过一些近似计算，得出当比较器前后均存在相移时，所引起的零点偏移为

$$\Delta\theta_z = \frac{p^2\theta_i^2 - 1}{2p^2\theta_i} \sin \Delta\tau \operatorname{tg} \Phi \quad (3-93)$$

上式表明，如果比较器前相位平衡， $\Delta\tau = 0$ ；或者比较器后和差通道间无相对相移， $\Phi = 0$ ，都不产生零点偏移，即  $\Delta\theta_z = 0$ 。只有比较器前后同时存在相位不平衡时，将引起差波瓣零点偏移，并且相移越大，则零点偏移角就越大。

## 二、卡塞格伦系统各部件的变动对测角精度的影响及其调整

卡塞格伦系统中的主、副反射器及馈源如有变形或安装调整不当，例如主反射器偏转，副反射器旋转，横向偏移，馈源横向偏移等，均将直接影响单脉冲天线的测角精度。至于主、副反射器及馈源之间仅存在轴向相对位移时，在主反射器口径面上所产生的幅度与相位变化是偶对称的，将使增益下降，副瓣电平提高，但不直接影响波束的指向。下面就其中对测角精度有较大影响的几种情况分别进行分析计算。在下面的分析中，利用了虚馈源的概念和波束偏移系数  $K_0 = \theta_2/\theta_1$  的概念，这里  $\theta_1$  为横向偏焦的虚馈源对天线轴的偏角（以抛物面顶点为心）， $\theta_2$  为次级波束对天线轴的偏角。 $K_0$  主要由焦距比  $F/D$  决定。

1. 主反射器偏转 设偏转后的主反射器的顶点  $O'$  相对于原顶点  $O$  的横向偏移为  $\delta_v$ ,  $O'F'$  是偏转后的抛物面的法线, 这样渐焦点也产生一横向偏移  $\delta_{fp}$ , 如图 3-53 所示。这相当于虚馈源产生一横向偏移  $\delta_{fp}$ , 对应于次级波束将向上偏移一个角度\*

$$\theta_2 = -\frac{K_0 \delta_{fp}}{F}$$

而主反射面轴线偏转角为

$$\theta_1 = -\frac{\delta_v - \delta_{fp}}{F}$$

由图 3-53 可见, 合成的零点偏移为

$$\Delta\theta_3 = \theta_1 + \theta_2 = \frac{\delta_v - (1 + K_0)\delta_{fp}}{F} \quad (3-94)$$

2. 馈源横向偏移的影响 馈源横向偏移对零点偏移的影响, 示于图 3-54。当馈源向下

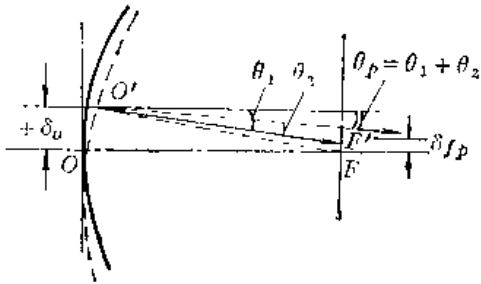


图 3-53 主反射器偏转对零点偏移的影响

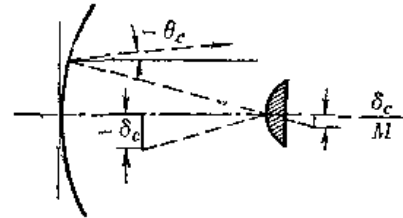


图 3-54 馈源横向偏移对零点偏移的影响

偏移  $-\delta_c$  时, 等效于虚馈源向下偏移  $-\delta_c/M$ ,  $M$  为卡塞格伦系统的放大率。此时所产生的零点偏移为

$$\Delta\theta_4 = \theta_c = -\frac{\delta_c K_0}{MF} \quad (3-95)$$

因为  $M$  大于 1, 所以对于同一馈源横向偏移量  $\delta_c$ , 对卡塞格伦天线的影响将比普通抛物面要小。由等效抛物面的概念不难理解这一点。

3. 副反射器横向偏移的影响 参看图 3-55, 副反射器在垂直于轴的平面上移动, 相当于两种运动的合成: (1) 馈源与双曲面组成的馈源系统的运动, (2) 馈源又从  $A$  点移动回  $O$  点。第一种运动相当于虚馈源从  $D$  点到  $B$  点下移了  $-\delta_{ht}$ , 所以对应的波束偏移为

$$\theta_1 = -\frac{\delta_{ht} K_0}{F}$$

这二种运动相当于虚馈源从  $B$  点上移了  $\frac{\delta_{ht}}{M}$ , 所以对应的波束偏移为

$$\theta_2 = \frac{\delta_{ht} K_0}{MF}$$

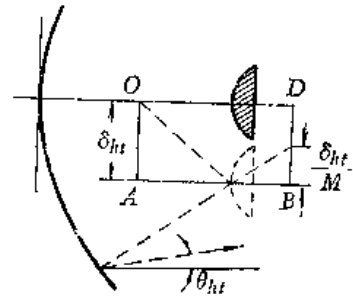


图 3-55 副反射器横向偏移对零点偏移的影响

\*本节各处, 变动量  $\delta$  很小, 偏转角将直接用其正切值近似表之。本处规定: 波束向下偏移为正值, 而横移量  $\delta$  则向上为正值, 反之则为负值。

由此得副反射器横向偏移引起的零点偏移为

$$\Delta\theta_0 = \theta_{h,r} = \theta_1 + \theta_2 = -\delta_{h,r} \frac{(M-1)K_0}{MF} \quad (3-96)$$

由上式可见，它的影响较馈源横移的影响大。

4. 副反射器旋转的影响 参看图3-56，设副反射器绕其虚焦点旋转一角度 $\alpha_1$ ，也可以分成两种运动：(1) 馈源与副反射器组成的馈源系统绕虚焦点旋转，(2) 馈源再从A点上移 $\delta_{h,r}$ 回到O点。第一种运动虚馈源未移动，不产生波束偏移，第二种运动相当于虚馈源从O'点上移 $\delta_{h,r}/M$ 到达P点，相应的波束偏移

$$\theta_{h,r} = \frac{\delta_{h,r} K_0}{MF}$$

而 $\delta_{h,r} = OO' \tan \alpha_1 \approx OO' \alpha_1$ 。由卡塞格伦系统的几何关系可知，双曲面两焦点之间距离

$$\overline{OO'} = (M+1)N$$

式中M为卡塞格伦系统放大率，N为双曲面焦距。于是，由副反射器旋转所引起的零点偏移

$$\Delta\theta_0 = \theta_{h,r} = \frac{(M+1)K_0 N \alpha_1}{MF} \quad (3-97)$$

以上讨论了卡塞格伦系统各部件变动时对单脉冲天线性能的影响。可以看到，各部件的横向变动，都将程度不同地影响到单脉冲天线的指向精度。还可以看到，这些变动所引起的零点偏移可以为正值，也可以为负值，这样就提供了一种可能，即通过对系统各部件的仔细调整，使它们之间的影响，连同馈源不完善的影响，尽可能地互相削弱或者抵消，以期最大限度地减小天线馈线系统所造成的零点偏移。另外，分析表明，馈源若有倾斜，将造成主面口径场振幅分布不对称，也使差波瓣的零值抬高，而且馈源倾斜还可以与和差通道中的相对相移组合而影响零点偏移。这样也可以通过调节馈源倾斜来补偿馈源制造不完善所引起的两支路的相位不平衡，以期尽可能地减小天线馈线系统对零点偏移与零值深度的影响。

### 参 考 文 献

- [1] (专集)：《单脉冲雷达天线技术》，雷达资料编译组，1972.10.
  - [2] 《雷达天线设计图表集》，雷达资料编译组，1973.
  - [3] 西北电讯工程学院605教研室编：《面天线》下(第七章)，西北电讯工程学院，1981.1.
  - [4] P.W.Hannan, Optimum Feeds for All Three Modes of a Monopulse Antenna I Theory, II Practice, IRE Trans. Vol. AP-9, pp.444-461, Sept(1961).
  - [5] G.M.Kirkpatrick, Final Engineering Report on Angular Accuracy Improvement, Radars, vol I Monopulse Radar pp.17-103, (1974).
  - [6] E.Drabowitch, "Théorie et Applications des Antennes Multimodes", Revue Technique C.F.T.H.No.37, pp.117-168, Nov(1962).
- [译文 国际电信技术动态 pp.69-95, 1963.12.]

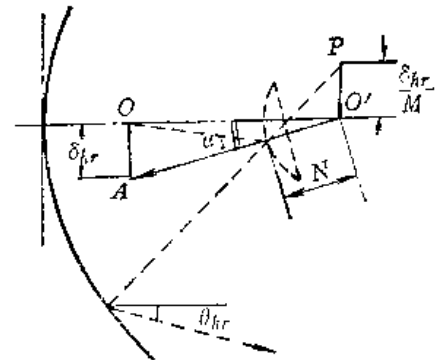


图 3-56 副反射器旋转对零点偏移的影响

- [7] L. 列文 《现代波导理论》，邱荷生译，科学出版社，1960。
- [8] 魏文元编著：《单脉冲雷达天线及测角精度》，西北电讯工程学院，1979。
- [9] A. M. Isber, "Obtaining Beam-pointing Accuracy with Cassegrain Antenna", *Microwaves*, Vol. 6, No. 8, pp. 40-44, (1967).
- [10] 黄立伟编：《工程天线基础》，中国人民解放军空军第二高射炮兵学院印，1983.7。



## 内 容 简 介

本书由互有联系而相对独立的三章构成。第一章叙述标准卡塞格伦天线的工作原理和各项性能参数的计算、天线噪声温度、反射面馈形法以及用绕射理论计算副反射面散射场的方法。第二章为主模角锥喇叭和圆锥喇叭的设计方法,光壁组合模喇叭和波纹壁混合模喇叭的工作原理和分析,以及天线相位中心问题的研究。第三章讨论单脉冲天线的工作原理。书中对各种天线的工作原理和性能参数的分析较为详细和系统,提供的设计公式和曲线也较多。

本书可供大学本科的教学使用,对工程设计也有参考价值。

高等学校教材

**反 射 面 天 线**

黄立伟 金志天 编

西北电讯工程学院出版社出版

西北电讯工程学院印刷厂印刷

陕西省新华书店发行 各地新华书店经售

开本 787×1092 1/16 印张 9 10/16 字数 231 千字

1986年6月第一版 1986年6月第一次印刷 印数1-3,000

统一书号: 15322.51

定价: 1.60 元